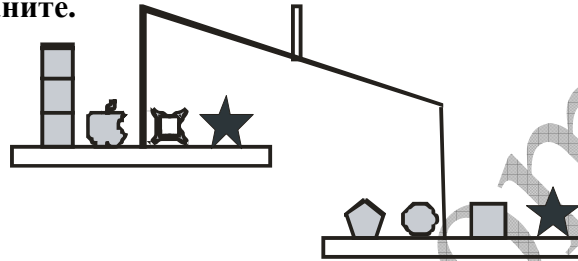


КРАТКИ РЕШЕНИЯ НА ЗАДАЧИТЕ

Тема за 5 клас

Задача 1. По колко начина една от тежестите върху везната може да се замени с някоя от показаните в редицката вдясно така, че да се постигне равновесие на везната? Обяснете! Стойностите на тежестите върху везната съответстват на показаните.



Решение: Дясното блюдо е по-тежко от лявото с 0,5 (1т.). Има 3 възможности за постигане на равновесие с една замяна: ябълката в лявото блюдо да се замени с петогълник (2т.); звездата в лявото блюдо да се замени с ябълка (2т.); петогълникът в дясното блюдо да се замени с ябълка (1т.).

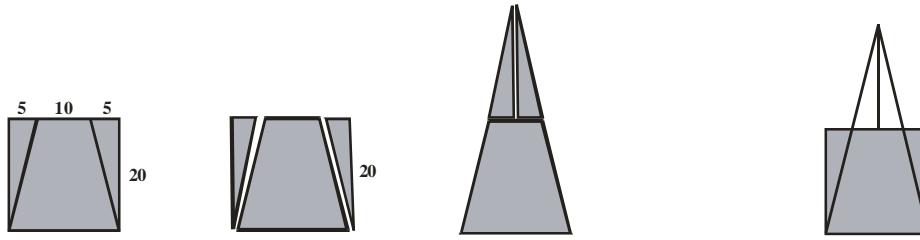


Задача 2. Петър и Петя имат по една салфетка с форма на квадрат с дължина на страната 20 см. Петър реже своята салфетка веднъж по права линия открай до край и след разместване на двете парчета получава равнобедрен триъгълник с основа 40 см. Петя реже своята салфетка два пъти по права линия открай до край и след разместване на трите парчета получава равнобедрен триъгълник с височина 40 см. Покажете как всеки от тях е разрязал салфетката си и как е разместил получените парчета.

Решение: Петър е разрязал квадрата по един от диагоналите (2т.). Полученият триъгълник е показан по-долу. Двете страни на триъгълника са с равни дължини, следователно той е равнобедрен. Основата му е с дължина $20 + 20 = 40$ см (1т.).



Разрязването на Петя е показано по-долу (2т.). Полученият триъгълник е равнобедрен и височината му е $20 + 20 = 40$ см (1т.).



Задача 3. Да се реши числовият ребус $abcd + e.fgh = 2008$, в който на буквите a, b, c, d, e, f, g и h отговарят осем различни цифри.

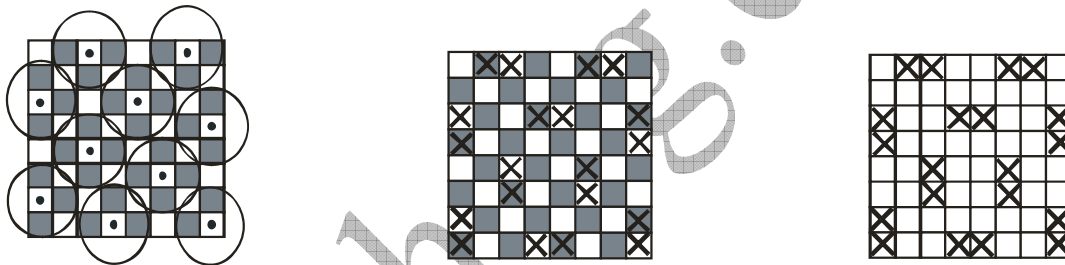
Решение: Ако $a > 2$ или $a = 2$, то $abcd > 2013$ или $abcd = 2013$ и даденото равенство е невъзможно. Оттук получаваме, че $a = 1$ (1т.). Но тогава произведението $e.fgh$ ще е най-малко $2.304 = 608$ и понеже $2008 - 608 = 1400$, то за цифрата b имаме възможностите $b = 0, 2, 3$. Ако $b = 3$, то произведението $e.fgh$ ще бъде по-голямо от 2.400 или от 4.200 , т.е. от 800 и значи лявата страна на равенството ще е най-малко $1300 + 800 = 2100$. Заклучаваме, че в този случай ребусът няма решение. Остава $b = 0$ или $b = 2$. Ако обаче $b = 2$, по същия начин получаваме, че произведението $e.fgh$ ще е по-голямо от 3.400 (или от 4.300) и отново лявата страна на равенството ще надхвърли 2008 . Следователно $b = 0$ (1т.). Това означава, че разликата $2008 - abcd$ ще се намира между $2008 - 1023 = 985$ и $2008 - 1098 = 910$. Ако някоя от цифрите e или f е по-голяма от 4 , то произведението $e.fgh$ ще е по-голямо от 1000 и даденото равенство е невъзможно. Освен това, ако някоя от цифрите e или f е равна на 3 , то за да бъде произведението $e.fgh$ между 910 и 985 , трябва и другата от двете цифри да е равна на 3 , което е невъзможно. Следователно трябва $e = 2, f = 4$ или $e = 4, f = 2$ (1т.).

Ако е налице първата възможност, ребусът приема вида $10cd + 2.4gh = 2008$. Ясно е, че d е четна цифра и понеже $0, 2$ и 4 вече са използвани, то $d = 6$ или $d = 8$. Ако $d = 6$, то произведението $2.4gh$ трябва да завършва на 2 , а това е възможно само ако $h = 1$ (но вече $a = 1$) или $h = 6$ (но вече $d = 6$). Значи решение не се получава. Ако $d = 8$, за цифрата h остава да е 0 (вече използвана цифра) или $h = 5$ (1т.). Ребусът приема вида $10c8 + 2.4g5 = 2008$ и за g са налице възможностите $3, 6, 7$ или 9 . Проверката показва, че единственото решение, което се получава в този случай, е $1078 + 2.465 = 2008$ (1т.).

Да разгледаме по същия начин втората възможност $e = 4, f = 2$. Тогава ребусът ще приеме вида $10cd + 4.2gh = 2008$. Ако $g > 5$ или $g = 5$, то $4.2gh > 1000$ или $4.2gh = 1000$ и лявата страна на равенството ще надхвърли 2008 . Следователно $g = 3$, защото всички други цифри, по-малки от 5 , са вече използвани. Значи числото $2gh$ е някое от числата $235, 236, 237, 238$ или 239 (защото други възможности за цифрата h нямаме). Проверката показва, че в този случай се получават още две решения на ребуса, а именно $1068 + 4.235 = 2008$ (1т.) и $1056 + 4.238 = 2008$ (1т.). Окончателно, даденият ребус има три решения: $1078 + 2.465 = 2008$, $1068 + 4.235 = 2008$ и $1056 + 4.238 = 2008$.

Задача 4. Квадрат със страна 8 см е разделен на 64 единични квадратчета. Две квадратчета наричаме съседни, ако имат обща страна. В колко квадратчета трябва да се постави знак **X** така, че всяко квадратче да има точно по едно съседно със знак **X**? Дайте пример.

Решение: Да оцветим дъската шахматно и да разделим черните квадратчета на 10 групи, както е показано по-долу. Във всяка от тези групи има по едно бяло квадратче, което е отбелязано с •. От чертежа се вижда, че за да бъде изпълнено условието на задачата за отбелязаните с • квадратчета, трябва във всяка от 10-те групи да отбележим с **X** точно едно черно квадратче. Оттук следва, че отбелязаните с черни квадратчета трябва да са точно 10 (нищо повече, нищо по-малко). По подобен начин следва, че отбелязаните с **X** бели квадратчета трябва също да са точно 10. Заключаваме, че отговорът на задачата е 20. Една възможна реализация е показана по-долу.



Оценяване: построен пример (3т.); даден отговор 20 квадратчета (2т.); обосновка (2т.)