ОТГОВОРИ: 8 клас

Зад.1. б); Зад. 2. а); Зад. 3. г) $\left(\dfrac{1-7\sqrt{13}}{6}\right)$; Зад. 4. в); Зад. 5. г) $\sqrt{2010}-1$; Зад. 6. б) ; Зад. 7. а);

Зад. 8. г) 50 ; Зад. 9. а) Зад. 10. а) 0; б) $\dfrac{11}{4};\dfrac{13}{4}$

Кратки решения:

Зад. 1. Нека x са броя на момчетата, а y броя на момичетата. Ръкуванията само между момчетата са: $\dfrac{x(x-1)}{2}=78 \Rightarrow x=13$. Ръкуванията само между момичетата са $\dfrac{y(y-1)}{2}=91 \Rightarrow y=14$. Ръкуванията между момче и момиче са $x.y=13.14=182$

Зад. 2. $\left(3\sqrt{3}+\dfrac{4}{10}\sqrt{3}-\dfrac{7}{10}\sqrt{3}\right):\sqrt{3}+\left(2\sqrt{7}+\dfrac{5}{100}\sqrt{7}\right).\sqrt{7}=\ 3+\dfrac{4}{10}-\dfrac{7}{10}+2.7+\dfrac{5}{100}.7=17{,}05$

Зад .3. $x_{1,2}=\pm\sqrt{13}$; $y_{1,2}=\dfrac{1\pm\sqrt{13}}{6} \Rightarrow x_2+y_2=-\sqrt{13}+\dfrac{1-\sqrt{13}}{6}=\dfrac{1-7\sqrt{13}}{6}$

Зад. 4. Нека т. P е такава, че $DP = PE$ и през точките P и D прекарваме отсечките PQ и DR успоредни на AF. Отсечката EF е средна отсечка в $\Delta\ PQC \Rightarrow CF = FQ = 2$. Отсечката PQ е средна основа на трапеца $DRFE$ и $QR = FQ = 2$ см. Тъй като $\Delta\ ABC$ е равнобедрен, то $AD = DB \Rightarrow DR$ е също средна отсечка в $\Delta\ AFB$ и $BR = RF = 4$ см. Следователно $BC = 10$ см.

Зад.5. Сумата

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\ldots\ldots+\frac{1}{\sqrt{2008}+\sqrt{2009}}+\frac{1}{\sqrt{2009}+\sqrt{2010}}=\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}.\frac{\sqrt{1}-\sqrt{2}}{\sqrt{1}-\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}.\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}+\ldots$$

$$+\frac{1}{\sqrt{2009}+\sqrt{2010}}.\frac{\sqrt{2009}-\sqrt{2010}}{\sqrt{2009}-\sqrt{2010}}=\sqrt{2010}-1$$

Зад. 6. Точка N е на равни разстояния от страните CM и BC, но BC = 2CM $\Rightarrow S_{BCN}=2S_{CMN.}$

$S_{BCM}=\dfrac{1}{4}a^2 \Rightarrow S_{BCN}=\dfrac{2}{3}.\dfrac{1}{4}a^2=\dfrac{a^2}{6}$. $S_{ABN}=S_{ABC}-S_{BCN}=\dfrac{a^2}{2}-\dfrac{a^2}{6}=\dfrac{a^2}{3}$

Зад. 7. $\sqrt{9-4\sqrt{5}}+\dfrac{3}{\sqrt{5}+2}=\sqrt{5-2.2\sqrt{5}+4}+\dfrac{3(\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}=\sqrt{5}-2+3(\sqrt{5}-2)=4(\sqrt{5}-2)$

Зад. 8. От 99 % вода $\Rightarrow$ 1% е сухо вещество краставици, което е 1 кг. Нека след съхранението краставиците са х кг, а сухото вещество е 2%. Следователно 2%.х = 1 $\Rightarrow$ х = 50 кг.

Зад. 9. От $CN = NB$ и $BQ = QP$, следва че NQ е средна отсечка в $\Delta\ BPC$. От $AM = MC$ и $AP = PQ$, Следва, че MP е средна отсечка в $\Delta\ AQC$. Тогава $CP = 2NQ$ и $CQ = 2MP$, откъдето $CP = CQ$, т.е. $\Delta\ PQC$ е равнобедрен и $CT \perp PQ$, където T е средата на PQ. Но T е средата и на AB и $CT \perp AB$. Следователно CT е височина и медиана на триъгълника ABC, т.е. е равнобедрен.

Зад. 10. Дискриминанта $D=(2к-5)^2-8(к-3)=(2к-7)^2$ е точен квадрат и се анулира при $к=\dfrac{7}{2}$

а) Заместваме $x=-3$ в $2x^2-(2к-5)x+к-3=0 \Rightarrow 2(-3)^2-(2к-5)(-3)+к-3=0 \Rightarrow к=0$

б) Корените на уравнението са $x_1=\dfrac{1}{2}$, $x_2=к-3$. Тогава $x_1^{\,2}+x_2^{\,2}=\dfrac{1}{4}+(к-3)^2=\dfrac{5}{16} \Rightarrow к_1=\dfrac{13}{4};к_2=\dfrac{11}{4}$.