

Секция “Изток” – СМБ
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 11.12.2010г.

12 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Организаторите Ви пожелават успех!

Име.....училище.....град.....

ПЪРВА ЧАСТ

Всяка задача има само един верен отговор. „Друг отговор” се приема за решение само ако е отбелязан верен резултат. Задачите се оценяват с по 2 точки.

1. След опростяване на израза $\frac{x^{-5}\sqrt[7]{x}}{x^{-2}x^{-\frac{6}{7}}}$ ($x \neq 0$) се получава:

а) x ; б) x^3 ; в) 1; г) друг отговор.

2. Всички цели стойности на параметъра a , за които уравнението $(a-12)x^2 - 2(a-12)x + 3 = 0$ няма реални корени са:

а) 13 и 14; б) 13, 14 и 15; в) 12, 13 и 14; г) друг отговор.

3. Дефиниционната област на функцията $y = \log_5 |x^2 - 3x + 2|$ е:

а) $x \in (-\infty, +\infty)$; б) $x \in (-\infty, 1) \cup (1, 2) \cup (2, +\infty)$; в) $x \in (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$; г) друг отговор.

4. Решенията на уравнението $(x^2 + 5x + 6)\sqrt{x + 2} = 0$ са:

а) -2; б) -3; в) -2 и -3; г) друг отговор.

5. Най-малкото цяло число, което е решение на неравенството $2^{x-2} > 16^{\frac{1}{x}}$ е:

а) 3; б) 2; в) 0; г) друг отговор.

6. Сборът на модата и средноаритметичното на извадката 5, 7, 1, 5, 10, 2, е:

а) 11; б) 10; в) 2; г) друг отговор.

7. Броят на различните начини, по които от 6 момчета и 4 момичета може да се образува група от 3 момчета и 3 момичета е равен на:

а) 36 ; б) 80; в) 96 г) друг отговор.

8. Диагоналите AC и BD на трапеца $ABCD$ се пресичат в точката O , а продълженията на бедрата AD и BC в точка M . Ако $DO:OB = 3:5$, то отношението $AD:DM$ е равно на:

а) 2:3; б) 3:2; в) 2:5; г) друг отговор.

9. Средната основа на трапец е 12 и дели лицето на трапеца в отношение 3:5. Дължините на основите са:

а) 5 и 15; б) 6 и 18; в) 3 и 9; г) друг отговор.

10. В остроъгълния триъгълник ABC са построени височините AH ($H \in BC$) и CD ($D \in AB$). Ако $AD = BC = 5$ и $DB = 3$, то дължината на AH е:

а) $5\frac{4}{5}$; б) 6; в) $6\frac{2}{5}$; г) друг отговор.

11. Страните на правоъгълен триъгълник образуват аритметична прогресия с разлика 2. Медианата към хипотенузата на този триъгълник е:

а) 6; б) 5; в) 4; г) друг отговор.

12. Даден е равнобедрен триъгълник с дължина на височината към основата 10 и височина към бедрото 12. Лицето на триъгълника е:

а) 70; б) 75; в) 80; г) друг отговор.

ВТОРА ЧАСТ

Следващите две задачи са със свободен отговор, който трябва да се запише. Задачите се оценяват с по 3 точки.

13. Да се намери стойността на $\sin\alpha$, ако $\sin\frac{\alpha}{2} + \cos\frac{\alpha}{2} = 1,4$.

Отговор:.....

14. През точка M към окръжност k с радиус, равен на 4 см, е прекарана допирателна, която се допира до k в точката C , и секуща, минаваща през центъра O на окръжността и пресичаща k в точките A и B така, че $MA=AO$. Точката N е средата на по-малката дъга AC . Да се намери лицето на триъгълника MON .

Отговор:.....

ТРЕТА ЧАСТ

На следващите три задачи трябва да се опише подробно решението. Задачите се оценяват с по 10 точки.

15. Да се намери стойността на $x-y$ от системата:

$$\begin{cases} x^2y - xy^2 = 1 \\ x^3 - y^3 = 11 \end{cases}$$

16. Даден е правоъгълният триъгълник ABC ($\angle C=90^\circ$). Построена е височината CH ($H \in AB$) и медианата CL ($L \in HB$) на триъгълника HBC . Да се намери $\cos \angle LCB$, ако е известно, че $CL=4$ и

$$AH = \frac{9}{2\sqrt{7}}.$$

17. Даден е изпъкналият четириъгълник $ABCD$ със страни $AB=4$, $BC=3$, $CD=2$ и $AD=1$, който е вписан в окръжност. Да се намери радиусът на тази окръжност.