

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА  
СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ  
ЗИМНИ МАТЕМАТИЧЕСКИ СЪСТЕЗАНИЯ

Плевен, 29 – 30 януари 2010 г.

---

### Тема за 9 клас

**Задача 1.** Да се намерят всички реални стойности на реалния параметър  $a$ , при които уравнението  $(x^2 - 2x)^2 - 3(x^2 - 2x) = a$  има четири реални и различни корени, произведението на които е равно на 2.

**Задача 2.** Дадени са триъгълник  $ABC$  и квадрат  $PQRS$ , разположени така, че  $P, Q \in AB$ , а отсечките  $QR, RS$  и  $SP$  разделят страните  $AC$  и  $BC$  на по три равни части. Да се докаже, че  $\angle SCR = 90^\circ$  тогава и само тогава, когато  $AC = BC$ .

**Задача 3.** Да се намерят всички естествени числа  $m > 1$  и  $n > 1$ , за които  $n$  дели  $m+1$  и  $m$  дели  $n^2 - n + 1$ .

**Задача 4.** Върху окръжност са избрани  $n \geq 3$  точки, някои от които са свързани с отсечки. Общият брой на прекараните отсечки е  $m \geq 1$ . За произволно оцветяване на точките в три цвята (червен, син и зелен) с  $m_1$  означаваме броя на отсечките, имащи за край две червени точки, с  $m_2$  - броя на отсечките, имащи за край две сини точки, с  $m_3$  - броя на отсечките, имащи за край зелени точки. Да се докаже, че съществува оцветяване на точките в червен, син и зелен цвят, за което

$$3m_1 + 2m_2 + m_3 < \frac{6}{11}m.$$

Време за работа 4.5 часа.