

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА  
СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ  
ЗИМНИ МАТЕМАТИЧЕСКИ СЪСТЕЗАНИЯ

Плевен, 29 – 30 януари 2010 г.

---

Тема за 12 клас

**Задача 1.** Да се намерят всички реални стойности на реалния параметър  $a$ , при които уравнението

$$2 \cdot 2^{\cos 2x} - a \cdot 2^{\cos^2 x} = 2$$

има решение.

**Задача 2.** Нека  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  са ъглополовящи в  $\triangle ABC$  ( $AC \neq BC$ ). Да се намери  $\angle ACB$ , ако  $\angle AA_1C_1 = \angle BB_1C_1$ .

**Задача 3.** Нека  $n$  е естествено число такова, че  $n+1$  се дели на 24 и сумата от квадратите на различните делители на  $n$  (включително 1 и  $n$ ) се дели на 48. Колко най-малко различни делители може да има  $n$ ?

**Задача 4.** Да се докаже, че

$$a^2(b-c)^2 + b^2(a-c)^2 + c^2(a-b)^2 \geq \frac{9}{2}abc(1-abc)$$

за произволни реални числа  $a, b$  и  $c$  със сума 3.

*Време за работа 4.5 часа.*