

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ
ЗИМНИ МАТЕМАТИЧЕСКИ СЪСТЕЗАНИЯ

29 – 30 януари 2010 г. Плевен

Тема за 10 клас

Задача 1. Да се реши неравенството

$$\sqrt{x^3 - 7x^2 + 36} < x - 1.$$

Задача 2. В $\triangle ABC$ ($AC < BC$) са построени ъглополовящата CL и медианата CM ($L, M \in AB$). Права през A , перпендикулярна на CL , пресича CM в точка K . Да се намери $\angle ACB$, ако точките A, L, K и C лежат на една окръжност.

Задача 3. Да се намерят всички двойки естествени числа $m > 1$ и $n > 1$, такива че m^{n-1} дели $n!$.

Задача 4. В езеро с n острова са построени m моста между някои от островите. Известно е, че от всеки остров, минавайки по някои от мостовете, може да се достигне до произволен друг остров. Разходка наричаме път по някои от островите и мостовете, започващ и завършващ в един и същи остров и ползващ всеки остров или мост не повече от веднъж.

- Да се докаже, че ако $m = n$, то съществува разходка.
- Да се докаже, че ако $m = n + 4$, то съществуват две разходки използващи общи мостове.

Време за работа 4.5 часа.