

Министерство на образованието и науката
Съюз на математиците в България

Зимни математически цъстезания
Бургас, 6 - 8 февруари 2009 г.

Тема за 9 клас

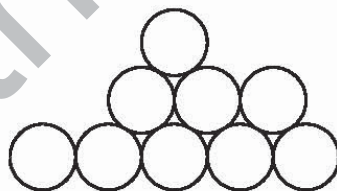
Задача 9.1. Да се намерят стойностите на параметъра a , за които корените x_1, x_2 на уравнението $x^2 - ax + 8 - a = 0$ са реални положителни числа и $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} > 16$.

Задача 9.2. Даден е остроъгълен $\triangle ABC$, в който е спусната височината CH . Нека I е центърът на вписаната в $\triangle BHC$ окръжност. Да се докаже, че $\angle AIC = 90^\circ$ тогава и само тогава, когато $AB = BC$.

Задача 9.3. Дадени са няколко еднакви монети, които са подредени в редове по следния начин:

- монетите в първия ред се допират една до друга;
- монетите във всеки ред образуват непрекъснат блок;
- монетите във всеки ред допират точно две монети в долния ред.

Едно допустимо подреждане с 5 монети в първия ред е следното:



Нека $A(n)$ е броят на възможните конфигурации, имащи n монети в първия ред. Да се намери най-малкото n , за което $A(n) > 10^4$.

Задача 9.4. На дъската е написано естествено число. Всяка секунда отдясно към него се дописва цифра, различна от 9. Да се докаже, че след краен брой стъпки на дъската ще се появи съставно число.

Време за работа 4.5 часа.