

Министерство на образованието и науката  
Съюз на математиците в България

---

Зимни математически цъстезания  
Бургас, 6 - 8 февруари 2009 г.

Тема за 10 клас

**Задача 10.1.** Дадено е уравнението

$$(x^2 + 6x + 1)^2 + (m + 7)(x^2 + 6x + 1) + m^2 + 7 = 0,$$

където  $m$  е реален параметър.

- Да се определи колко реални решения има уравнението при  $m = 4$ .
- Да се намерят стойностите на параметъра  $m$ , за които уравнението има точно три различни реални решения.

**Задача 10.2.** Да се реши уравнението

$$\sqrt{x-2} + 2\sqrt{x^2-x-2} = \sqrt{(x^2-4)(x^2-x-1)}.$$

**Задача 10.3.** Да се докаже, че измежду числата  $1, 2, 3, \dots, 1000$  повече са тези, които се представят във вида  $3u^2 - 4v^2$ , отколкото тези, които се представят във вида  $28xy - x^2 - 4y^2$ , където  $u, v, x$  и  $y$  са цели числа.

**Задача 10.4.** Външнописаните окръжности към страните  $AC$  и  $BC$  на  $\triangle ABC$  допират страните  $AC$  и  $BC$  съответно в точките  $M$  и  $N$ , а продълженията на страната  $AB$  съответно в точките  $P$  и  $Q$ . Ако пресечната точка  $T$  на правите  $PM$  и  $QN$  лежи на вписаната в  $\triangle ABC$  окръжност, то да се докаже, че  $T$  лежи на окръжността минаваща през средите на страните на триъгълника.

*Време за работа 4.5 часа.*

math-bg.com