ЗИМНИ МАТЕМАТИЧЕСКИ СЪСТЕЗАНИЯ

П Л Е В Е Н

1 – 3 февруари 2008 г.,

Тема за 8 клас

Задача 1. Точка O лежи на медианата CP ($P \in AB$) на остроъгълния триъгълник ABC ($AC < BC$), а правите AO и BO пресичат страните BC и CA съответно в точки M и K. Да се докаже, че:

а) MK е успоредна на AB; б) $AM < BK$.

Задача 2. Да се намерят всички стойности на реалния параметър k така, че за всеки три реални числа a, b и c, за които $ab+bc+ca=0$ и $a^2 \neq kbc, b^2 \neq kac, c^2 \neq kab$, е вярно равенството $\frac{1}{a^2-kbc}+\frac{1}{b^2-kac}+\frac{1}{c^2-kab}=0$.

Задача 3. Да се реши в естествени числа уравнението $(xy-6)^2+16=x^2+4y^2$.

Задача 4. Да се намерят две последователни цели числа, между квадратите на които е заключено числото

$$A=\frac{2.4.6...2008}{1.3.5...2007}.$$