Министерство на образованието и науката
Съюз на математиците в България

Зимни математически състезания
Варна, 9 – 11 февруари 2007 г.

Тема за 9 клас

Задача 1. Да се намерят всички стойности на реалния параметър p, за които уравнението $x^2+(p^2+1)x+p=2$ има два различни реални корена x_1 и x_2 такива, че

$$\frac{2x_1-1}{x_2}+\frac{2x_2-1}{x_1}=x_1x_2+\frac{55}{x_1x_2}.$$

Задача 2. В $\triangle ABC$, $AB>BC$, точка K от страната AB е такава, че $AK=BC+BK$. Права ℓ минава през K и е перпендикулярна на AB. Да се докаже, че ℓ, симетралата на AC и външната ъглополовяща при върха B се пресичат в една точка.

Задача 3. Някои от полетата на квадратна таблица $n\times n$ са минирани. Във всяко поле е записано цяло число от 0 до 9, равно на броя на минираните полета сред това поле и съседните му (тези, които имат обща страна или връх с него). Винаги ли е възможно по тази информация да се определи кои полета са минирани, ако:

а) $n=2000$; б) $n=2007$?

Задача 4. Да се намерят всички естествени числа x и y, за които числото $(x^2+y)(y^2+x)$ е точна пета степен на просто число.

Време за работа: 4.5 часа