Министерство на Образованието и Науката
Съюз на Математиците в България

Зимни Математически Състезания
Плевен , 3 - 5 февруари 2006 г.

Тема за 9 клас

Задача 9.1. Да се намерят всички стойности на реалните неотрицателни параметри a и b, за които уравненията $x^2+a^2x+b^3=0$ и $x^2+b^2x+a^3=0$ имат общ реален корен.

Автор: Петър Бойваленков

Задача 9.2. Нека b и c са реални параметри, за които квадратното уравнение $x^2+bx+c=0$ има два реални различни корена x_1 и x_2, такива, че $x_1=x_2^2+x_2$.

а) Да се намерят параметрите b и c, ако $b+c=4$.

б) Да се намерят параметрите b и c, ако те са цели взаимнопрости числа.

Автор: Стоян Атанасов

Задача 9.3. Даден е $\triangle ABC$. Нека BL, $L \in AC$, е ъглополовяща на $\sphericalangle ABC$, а AH, $H \in BC$, е височината на триъгълника през върха A. Да се докаже, че $\sphericalangle AHL = \sphericalangle ALB$ тогава и само тогава, когато $\sphericalangle BAC = \sphericalangle ACB + 90°$.

Автор: Стоян Атанасов

Задача 9.4. В клетките на таблица с размер 8×8 са разположени пулове, като са спазени следните правила:

(1) В поне едно от полетата на всеки правоъгълник с размер 2×1 или 1×2 има поне един пул.

(2) За всеки правоъгълник с размер 7×1 или 1×7 има поне два пула, които са разположени в съседни полета.

Да се намери минималния възможен брой пулове.

Автор: Петър Бойваленков