**Министерство на Образованието и Науката**
**Съюз на Математиците в България**

---

## Зимни Математически Състезания
## Бургас, 29 януари 2005 г.

### Тема за 11 клас

**Задача 11.1.** Сумата от първите $n$ члена на аритметична прогресия с първи член $m$ и разлика 2 е равна на сумата на първите $m$ члена на геометрична прогресия с първи член $n$ и частно 2.

а) Да се докаже, че $m + n = 2^m$;

б) Да се намерят $m$ и $n$, ако 3-ият член на геометричната прогресия е равен на 23-ия член на аритметичната прогресия.

*Емил Колев*

**Задача 11.2.** За кои стойности на реалния параметър $a$ уравнението

$$\lg(ax + 1) = \lg(x - 1) + \lg(2 - x)$$

има само едно решение?

*Александър Иванов*

**Задача 11.3.** В остроъгълен $\triangle ABC$, $CA \neq CB$, точките $A_1$ и $B_1$ са допирните точки на външновписаните окръжности съответно със страните $CB$ и $CA$, и $O$ е центърът на вписаната окръжност. Правата $CO$ пресича описаната около $\triangle ABC$ окръжност в точка $P$, а правата през $P$, перпендикулярна на $CP$, пресича правата $AB$ в точка $Q$. Да се докаже, че правите $QO$ и $A_1B_1$ са успоредни.

*Александър Иванов*

**Задача 11.4.** В интернет турнир по шахмат участвали 2005 шахматисти, като всеки играл срещу всеки по една среща. Оказало се, че ако двама шахматисти $A$ и $B$ са завършили реми, то всеки друг шахматист е загубил или от $A$, или от $B$. Да се докаже, че ако в турнира има поне две ремита, то шахматистите могат да се наредят в редица, така че всеки е победил следващия в редицата.

*Емил Колев*