

Министерство на образованието и науката
Съюз на математиците в България

Зимни математически състезания
Русе, 31 януари 2004 г.

Тема за 10 клас

Задача 10.1. Нека $f(x) = x^4 - x^3 + 8ax^2 - ax + a^2$ и $g(y) = y^2 - y + 6a$.

а) Да се докаже, че $f(x) = (x^2 - y_1x + a)(x^2 - y_2x + a)$, където y_1 и y_2 са корените на уравнението $g(y) = 0$.

б) Да се намерят стойностите на реалния параметър a , за които уравнението $f(x) = 0$ има четири реални различни положителни корена.

Кероне Чакърян

Задача 10.2. Даден е вписан петоъгълник $ABCDE$, в който $AC \parallel DE$ и точка M е среда на BD . Да се докаже, че ако $\sphericalangle AMB = \sphericalangle BMC$, то BE разполовява AC .

Петър Бойваленков

Задача 10.3. Да се намери най-голямото естествено число n , за което съществува на множество $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ от естествени числа със следните свойства:

- (1) числата a_i са съставни;
- (2) всеки две от тези числа са взаимно прости;
- (3) $1 < a_i \leq (3n + 1)^2$ за $i = 1, \dots, n$.

Иван Ланджев