

Министерство на образованието и науката  
Съюз на математиците в България

---

Зимни математически състезания  
Варна, 8 февруари 2003 г.

Тема за 9 клас

**Задача 9.1.** Даден е равнобедрен триъгълник  $ABC$  ( $AC = BC$ ). Нека  $k$  е окръжност с център  $C$  и радиус по-малък от височината  $CH$ ,  $H \in AB$  на  $\triangle ABC$ . През точките  $A$  и  $B$  са прекарани допирателни към  $k$  така, че точките на допиране  $P$  и  $Q$ , се намират в една полуравнина относно правата  $CH$ . Да се докаже, че точките  $P$ ,  $Q$  и  $H$  лежат на една права.

*Олег Мушикаргов*

**Задача 9.2.** Да се намерят всички стойности на реалния параметър  $a$ , за които уравнението

$$\frac{2a}{(x+1)^2} + \frac{a+1}{x+1} - \frac{2(a+1)x - (a+3)}{2x^2 - x - 1} = 0$$

има два реални корена  $x_1$  и  $x_2$  такива, че  $x_2^2 - ax_1 = a^2 - a - 1$ .

*Иван Ланджев*

**Задача 9.3.** Да се намери броят на естествените числа  $a$ , които са по-малки от 2003 и за които съществува естествено число  $n$  така, че  $3^{2003}$  дели  $n^3 + a$ .

*Емил Колев, Николай Николов*

*Време за работа 4.5 часа.*