

Министерство на Образованието и Науката
Съюз на Математиците в България

Зимни Математически Състезания
Варна, 8 февруари 2003 г.

Тема за 12 клас

Задача 12.1. Нека $f(x) = 4x^4 + 6x^3 + 2x^2 + 2003x - 2003^2$.

а) Да се докаже, че локалните екстремуми на $f'(x)$ са положителни числа.

б) Да се докаже, че уравнението $f(x) = 0$ има точно два реални корена и да се намерят тези корени.

Сава Гроздев, Светлозар Дойчев

Задача 12.2. Върху страните AB , BC и CA на $\triangle ABC$ са взети съответно точки M , N и P . Правата през M и успоредна на BC , правата през N и успоредна на AC , както и правата през P и успоредна на AB , се пресичат в една точка T . Да се докаже, че:

а) ако $\frac{AM}{MB} = \frac{BN}{NC} = \frac{CP}{PA}$, то T съвпада с медицентъра на $\triangle ABC$;

б) $S_{MNP} \leq \frac{1}{3}S_{ABC}$.

Сава Гроздев, Светлозар Дойчев

Задача 12.3. В компания от n човека съществуват трима познати, всеки от които се познава с повече от половината членове на компанията. Колко пай-малко тройки познати има в тази компания?

Николай Хаджливанов

Време за работа 4.5 часа.