РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – БУРГАС
СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ – СЕКЦИЯ БУРГАС

ЕДИНАДЕСЕТО СЪСТЕЗАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА „СВ. НИКОЛАЙ ЧУДОТВОРЕЦ” – 29. 11. 2008 Г.

Тема за дванадесети клас

Тест

1. CD (D лежи на AB) е ъглополовяща в $\triangle ABC$. Ъглите при върховете A и B имат мерки съответно 30° и 120°. Отношението от дължините на CD и AB е равно на:

а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{\sqrt{2}}{3}$; в) $\sqrt{\frac{3}{2}}$; г) $\frac{2}{3}$.

2. Множеството от стойностите на функцията $(0{,}3)^x - 3$ е:

а) $[-3; +\infty)$; б) $[0{,}3; +\infty)$; в) $(-3; +\infty)$; г) $(-\infty; 0{,}3)$.

3. Броят на целите числа, принадлежащи на дефиниционното множество на функцията $f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{3}}(4-x)}$, е:

а) 2; б) 1; в) 3; г) 0.

4. Решенията на уравнението $f(x^2+1) - f(x-5) = -24$, където $f(x) = x^2+1$, са:

а) -2 и 0; б) 2 и 1; в) 3 и -1; г) няма.

5. Ако $\operatorname{tg}\alpha = -\sqrt{3}, \alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$, то $\frac{\sin\alpha}{\sin^2\alpha + 2\cos^2\alpha}$ е равно на:

а) $-\frac{1}{3}$; б) $-\frac{3\sqrt{3}}{4}$; в) $\sqrt{\frac{3}{2}}$; г) $-\frac{2\sqrt{3}}{5}$.

6. Сумата от членовете на безкрайната геометрична прогресия $1, \sin^2\frac{\pi}{8}, \sin^4\frac{\pi}{8}$.......... е:

а) $2\sqrt{2}+1$; б) $4-2\sqrt{2}$; в) $4+2\sqrt{2}$; г) $2\sqrt{2}-2$.

7. Равнина минава през върховете D_1 и C, както и през средата на ръба AB на куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Косинусът на ъгъла, който тази равнина сключва с равнината ABC, е:

а) $\frac{3}{4}$; б) $\frac{\sqrt{10}}{5}$; в) $\frac{\sqrt{5}}{3}$; г) $\frac{2}{3}$.

8. Периметърът на правоъгълен триъгълник с радиуси на вписаната и описаната окръжност, съответно равни на 2 и 6,5, е..............................

9. $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x - \sqrt{3x-2} + \sin(x-2)}{x^3 - 4x} =$ ……………………

10. Решенията на неравенството $\log_3(3^x - 1)\log_{\frac{1}{3}}(3^{x+2} - 9) > -3$ образуват множеството ....

11. В квадрат е вписан друг квадрат. Определете по-малкият от ъглите които сключват страните на двата квадрата, ако отношението на лицата им е 1,5.

а) $22^\circ 30'$; б) 15°; в) 30°; г) 40°.

12. Основа на пирамидата $ABCD$ е равностранният $\triangle ABC$ с дължина на страната $4\sqrt{2}$. Околният ръб DC е перпендикулярен на равнината на основата и има дължина 2. Ако M и N са средите на ръбовете AB и BC, разстоянието между правите DN и CM е равно на:

а) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$; б) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$; в) $\sqrt{\frac{13}{2}}$; г) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

13. Височината на равностранен триъгълник, с дължина на страната ***a***, е страна на друг равностранен триъгълник. Височината на втория триъгълник е страна на трети равностранен триъгълник и т.н. това построение се изпълнява неограничен брой пъти. Сумата от лицата на всички триъгълници е:

а) a^2; б) $a^2\sqrt{2}$; в) $a^2\sqrt{3}$; г) $2a^2$.

14. Точките M и P лежат съответно на страните AB и BC на равностранния $\triangle ABC$ така, че правите MP и AC са успоредни. Ако E е средата на AP, а O е центърът на $\triangle MPB$, ъглите на $\triangle CEO$ са с големини съответно...

15. Сумата от дължините на околните ръбове на правилна ***n***-ъгълна пирамида е равна на периметъра на основата й. Всички възможни стойности на ***n*** са: ....

16. Решение на уравнението $\sin\left(\pi\sqrt{x}\right)=\cos\left(\pi\sqrt{2-x}\right)$ е числото:

а) $\dfrac{2+\sqrt{3}}{4}$; б) $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$; в) $\dfrac{8+\sqrt{15}}{8}$; г) $\dfrac{1}{4}$.

17. Предлагат се 20 лотарийни билета, от които печелят точно 4. Вероятността от 6 закупени билета печелившите да са точно 2 е:

а) $\dfrac{91}{323}$; б) $\dfrac{47}{91}$; в) $\dfrac{51}{323}$; г) $\dfrac{17}{91}$.

18. Най-голямата стойност на израза $F=\sqrt{(x-1)(y-x)}+\sqrt{(1-x)(7-y)}+\sqrt{(x-y)(y-7)}$, когато $x\in[-2;3]$, а $y\in[0;11]$, е:

а) $\sqrt{7}$; б) $\sqrt{8}$; в) 3; г) $\sqrt{10}$.

19. Реалните числа ***a***, ***b,*** ***c*** и ***d*** са различни. Числата ***a*** и ***b*** са решения на уравнението $x^2-2cx-5d=0$, а числата ***c*** и ***d*** са решения на уравнението $x^2-2ax-5b=0$. Сумата $a+b+c+d$ е равна на:

а) 28; б) 30; в) 14; г) 24.

20. Множеството от стойности на реалния параметър ***a***, за които уравнението $x^4-8x^2-2=ax^2$ няма реални решения в интервала $(-3;-1]$ е..............................

ЗАДАЧА

Да се докаже, че за всяко естествено число ***n***, числото $\left(2008+\sqrt{4032063}\right)^n$ съдържа поне **3*n*** деветки веднага след десетичната си запетая, и преди да се появи друга цифра.

Желаем Ви успех!

Желаем Ви успех!

Резултатите ще бъдат публикувани на сайта на СМБ – Бургас, www.smbburgas.com и на сайта на РИО Бургас www.rio.bourgas.org , а закриването на състезанието е на 6. 12. 2008 г от 15:00 ч в ОУ "Бр. Миладинови".