



ЕДИНАДЕСЕТО СЪСТЕЗАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА
„СВ. НИКОЛАЙ ЧУДОТВОРЕЦ” –29.11. 2008 Г.

Тема за десети клас
Тест

1. Числата $a = \frac{\sqrt{14-6\sqrt{5}}}{2} + \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^2$ и $b = -5 - \sqrt{3\sqrt{3} + 4\sqrt{2}} \cdot \sqrt{4\sqrt{2} - 3\sqrt{3}}$ са:
А) равни; Б) цели; В) противоположни; Г) реципрочни.
2. Стойността на израза $A = \frac{x-1}{x+1-\sqrt{x}} : \frac{\sqrt{x}-1}{x\sqrt{x}+1} - 2\sqrt{x}$ при $x=5$ е:
А) 5; Б) $\sqrt{5}$; В) $-\sqrt{5}$; Г) 6.
3. Ако $\alpha = \frac{\pi}{4}$ удовлетворява равенството $\sin^2 \alpha = x^2 \sin \alpha \cos \alpha - 2 \cos^2 \alpha$, то x е равно на:
А) 3; Б) $\pm\sqrt{3}$; В) -3; Г) ± 3 .
4. Решенията на неравенството $\frac{(x+3)(x^2+x-6)}{x^2-4} \geq 0$ са:
А) $(-\infty; -3] \cup (2; +\infty)$; Б) $[-3; -2) \cup (2; +\infty)$; В) $(-\infty; -3] \cup (2; 2)$; Г) $\{-3\} \cup (-2; 2) \cup (2; +\infty)$.
5. Лицето на триъгълника, определен от пресечните точки на графиката на функцията $f(x) = x^2 - 2x - 3$ с координатните оси е равно на:
А) 6; Б) 8; В) 12; Г) 4.
6. Стойностите на параметъра a при които $x=1$ е решение на неравенството $\frac{a}{x-a}$ са:
А) $a \in \emptyset$; Б) $a \in (1; 2)$; В) $a \in (-2; -1)$; Г) $a \in (0; 1)$.
7. Ако x_1 и x_2 са корените на уравнението $2x^2 + 3x - 1 = 0$, то сборът $x_1^3 + x_2^3$ е равен на:
А) $-45/8$; Б) $17/8$; В) $32/8$; Г) друг отговор.
8. В трапец $ABCD$ ($AB \parallel CD$), диагонала AC пресича диагонала BD в точка P , $AB = 10$, $DC = 5$, лицето на триъгълника DPC е 5. Да се намерят височината и лицето на трапеца.
9. Бедрото AC на равнобедрен триъгълник ABC е диаметър на окръжност, която пресича основата AB на триъгълника в точка P . Ако $\angle BAC = \alpha$ и $AP = \sqrt{2}$, то лицето на триъгълника ABC е:
10. Стойностите на x , за които най-голямото от числата $-3 - \sqrt{5-x}$, $|x-2| - 4$ и $-2x - 3$ е отрицателно са.
11. Ромб $ABCD$ е с лице 24 и сбор от дължините на диагоналите 14. Лицето на вписания в ромба кръг е:
А) $5,76\pi$; Б) $23,04\pi$; В) $92,16\pi$; Г) $46,08\pi$.

12. Решенията на неравенството $\frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x - 15}} + x^2 + 4x < 5 + \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x - 15}}$ образуват интервал с

дължина:

- А) 2; Б) 3; В) 4; Г) 1.

13. Около правоъгълен триъгълник ABC ($\angle ACB = 90^\circ$) е описана окръжност и е построена допирателната към нея в точка C . Ако разстоянията от върховете A и B до тази допирателна са съответно 4 и 5, то лицето на триъгълника е равно на:

- А) $9\sqrt{5}$; Б) 10; В) $18\sqrt{5}$; Г) $2\sqrt{5}$.

14. Решенията на неравенството $\sqrt{x+1}(x^2 + 3x) \geq 4\sqrt{x+1}$ са:

15. Решенията на системата $\begin{cases} x^2 + 2y^2 - 2yz = 100 \\ 2xy - z^2 = 100 \end{cases}$ са:

16. Стойностите на параметъра a , за които произведението от корените на уравнението $2x^2 + \sqrt{16a^2 - 30a - 46}x + 4a^2 - 8a - 11 = 0$ приема съответно най-малката и най-голямата си стойност са:

- А) 1 и 3; Б) $\frac{23}{8}$ и 3; В) 1 и $\frac{23}{8}$; Г) друг отговор.

17. Ако $a + b + c = 0$ и $a^2 + b^2 + c^2 = 5$, то $a^4 + b^4 + c^4$ е равно на:

- А) 5; Б) $\frac{25}{4}$; В) 25; Г) $\frac{25}{2}$.

18. В трапец $ABCD$ ($AB \parallel CD$) диагоналите се пресичат в точка E . Допирателната в точка E към описаната около триъгълника DCE окръжност пресича правата AB в точка F (B е между A и F). Да се намери EF , ако $AF = 8$ и $AB = 6$.

- А) 4; Б) $4\sqrt{3}$; В) 2; Г) $2\sqrt{2}$.

19. Функцията $f(x)$ за всяко реално число x удовлетворява уравнението $f(x+1) = f(x) + 2x + 1$. Да се намери $f(2008)$, ако $f(0) = 0$.

- А) $2008^2 - 1$; Б) 2007.2009; В) 2008; Г) 2008^2 .

20. В трапец $ABCD$ ($AB \parallel CD$) $AD = 9$, $BC = 5$. Ъглополовящата на $\angle B$ пресича ъглополовящите на $\angle C$ и $\angle A$ съответно в точките N и M , а ъглополовящата на $\angle D$ пресича ъглополовящите на $\angle A$ и $\angle C$ съответно в точките L и K (K лежи на основата AB). Ако $LM : KN = 3 : 7$, да се намери $MN : KL$.

ЗАДАЧА

Числата a , b и c са положителни и $a + b + c = 3$. Да се докаже, че $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} \geq ab + bc + ca$.

УСПЕХ!

Резултатите ще бъдат публикувани на сайта на СМБ – Бургас, www.smburgas.com и на сайта на РИО Бургас www.rio.burgas.org, а закриването на състезанието е на 6. 12. 2008 г от 15:00 ч в ОУ “Бр. Миладинови”.