



ДЕСЕТО СЪСТЕЗАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА
„СВ. НИКОЛАЙ ЧУДОТВОРЕЦ“ – 01. 12. 2007 Г.

Тема за девети клас
ТЕСТ

1. Стойността на израза $\left(\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{2}}\right) : (\sqrt{2}-\sqrt{3})$ е:

- А) $2(\sqrt{2} + \sqrt{3})$; Б) $2(\sqrt{3} - \sqrt{2})$; В) $2\sqrt{2} - \sqrt{3}$; Г) $2\sqrt{2} + \sqrt{3}$.

2. Допустимите стойности на неизвестното в израза $\frac{x\sqrt{3}+1}{x+4} : \frac{x-2}{x+3}$ са:

- А) $x \neq -4; -3; -4, 2$; Б) $x \neq 4, 2$; В) $x \neq -4; -3; 2; 4, 2$; Г) $x \neq -4; 2; 4, 2$.

3. При $x = \sqrt{3} - \sqrt{4-2\sqrt{3}}$, стойността на израза $\frac{(x+1)(1-x+x^2) - x(x-2)(2+x) - 2x}{(2x+1)^2}$ е:

- А) 1; Б) $\frac{1}{3}$; В) $\frac{1}{5}$; Г) 0.

4. В ΔABC точките М и N лежат съответно върху страните СА и СВ и $MN = \frac{AB}{2}$. Колко от следните

твърдения са винаги верни :

- 1) MN е винаги успоредна на средната отсечка, успоредна на АВ;
- 2) MN е винаги средна отсечка в ΔABC ;
- 3) MN е винаги равна на средната отсечка, успоредна на АВ;
- 4) MN е невинаги средна отсечка ΔABC ?

А) 0; Б) 1; В) 2; Г) 4.

5. Успоредникът ABCD с диагонали 9 см и 12 см, е описан около окръжност. Ако страната АВ е 7,5 см, диаметърът на окръжността е:

- А) 7,2 см; Б) 3,6 см; В) 1,8 см; Г) 5,4 см.

6. Броят на реалните корени на уравнението $a^2x^4 + 8x^2 - 153 = 0$ при $a \neq 0$ е:

- А) 4; Б) 2; В) 1; Г) зависи от избора на параметъра a .

7. Средната основа на трапец има дължина 10 см и разделя трапеца на части, чиито лица имат отношение 5:3.

Дължината на малката основа е:

- А) 3 см; Б) 5 см; В) 7 см; Г) не може точно да се определи.

8. Дадено е уравнението $2x^2 - x - 2 = 0$ с корени x_1 и x_2 . Ако $k = \frac{x_1+1}{x_2} + \frac{x_2+1}{x_1}$, то k е равно на:

.....

9. В тъждеството $\frac{1}{x} + \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{f(x)}$, функцията $f(x)$ има вида:

10. В правоъгълна координатна система са дадени точките А(3;5), В(5;9) и С(6;7). Графиката на линейната функция $f(x)$ минава през точките А и В. Намерете линейна функция $g(x)$, чиято графика минава през точка С и е успоредна на графиката на $f(x)$: ...

11. При $x < \frac{-500}{99}$, дробта $\frac{2|x+5|-x+\frac{25}{x}}{3x^2+10x-25}$ е тъждествена на :

- А) $\frac{x+5}{x(3x-5)}$; Б) $\frac{x+5}{x-\frac{5}{3}}$; В) $-\frac{1}{x}$; Г) $\frac{x+5}{x\left(x-\frac{5}{3}\right)}$.

12. Стойностите на параметъра a , за които коренът на уравнението $\frac{3ax-9}{ax-3-x+3a} + \frac{3a-11}{a-1} = \frac{2x+7}{x+3}$ е положителен са :

- А) $\left(\frac{9}{4}; \frac{35}{2}\right)$; Б) $\left[\frac{9}{4}; \frac{35}{2}\right)$; В) $\left(-\infty; \frac{9}{4}\right) \cup \left(\frac{35}{2}; +\infty\right)$; Г) $\left(-\infty; \frac{9}{4}\right) \cup \left(\frac{35}{2}; +\infty\right) \setminus \{1\}$.

13. В окръжност с радиус R са дадени два диаметъра AB и CD , като $\sphericalangle(AB; CD) = 30^\circ$. Проекциите на произволна точка F от окръжността върху AB и CD са съответно точките M и K . Дължината на отсечката MK е равна на :

- А) R ; Б) $\frac{R}{2}$; В) $\frac{2R}{3}$; Г) не може да се определи;

14. В триъгълника ABC $\sphericalangle BAC = 45^\circ$ и $\sphericalangle ACB = 75^\circ$. Точките D и F съответно от страните AB и BC са такива, че $\sphericalangle DCA = \sphericalangle FAC = 30^\circ$. Мярката на $\sphericalangle CDF$ е :

15. На семеен празник се събрали седем съпружески двойки. Още при пристигането си те започнали да се здрависват. Ръкостисканията били много на брой, като никой не се е здрависвал със себе си или със съпругата (съпруга) си. Никой не се е ръкувал също така повече от един път с един и същ човек. След като приключили здрависванията, Мария попитала всички останали присъстващи колко ръце са стиснали. Тринадесетте запитани казали различни числа. Колко пъти се е ръкувал мъжа на Мария?

16. За $\triangle ABC$ симетралата на страната AB и ъглополовящата на $\sphericalangle ACB$ се пресичат в точка P . Известно е, че $CP = AC + BC$ и $\sphericalangle BPC$ е два пъти по-голям от $\sphericalangle APC$. $\sphericalangle ABC$ е равен на :

- А) 10° ; Б) 20° ; В) 40° ; Г) 60° .

17. $ABCD$ е квадрат. Точките M и Q са такива, че $\overline{AM} = \frac{1}{4}(\overline{AB} + \overline{AD})$ и $\overline{BQ} = \frac{1}{2}\overline{BC} - \frac{1}{4}\overline{AB}$. Точките N и P

лежат върху страните AB и BC съответно, като дължината на начупената линия $MNPQ$ е възможно най-малка. Ако страната на квадрата $ABCD$ е a , диагональт е d , а дължината на начупената линия $MNPQ$ е m , то е вярно, че :

- А) $\frac{3}{4}d < m < a$; Б) $\frac{3}{4}a < m < a$; В) $\frac{3}{4}d < m < d$; Г) $d < m < \frac{3}{2}a$.

18. Стойността на параметъра a , за която системата $\begin{cases} ax + y = a - 2 \\ 2x = (1 - a)y \end{cases}$ има поне едно решение е :

- А) $a \neq 2; -1$; Б) $a = -1$; В) $a \in \emptyset$; Г) $a \neq -1; 2$.

19. За простите числа a , b и c , и за естественото число d е в сила следната зависимост :

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{d}$. Тогава сумата $a + b + c + d$ е :

- А) 10; Б) 18; В) 25; Г) 34.

20. В правоъгълника $ABCD$ диагоналите се пресичат в т.О, като $\sphericalangle AOB = 120^\circ$. Ако точките M , N и P са среди съответно на отсечките AO , BO и CO , то $\triangle MNP$ е :

ЗАДАЧА:

Намерете геометричното множество от т.М, лежащи във вътрешността на равностранен триъгълник, изпълняващо условията :

$$\sphericalangle MAB + \sphericalangle MBC + \sphericalangle MCA = 90^\circ.$$

УСПЕХ!