РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – БУРГАС
СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ – СЕКЦИЯ БУРГАС

СЪСТЕЗАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА „СВ. НИКОЛАЙ ЧУДОТВОРЕЦ" – 02.12.2006Г.

Тема за 12 клас
Тест

1. Ако m и n са различни естествени числа и $3^m.3^n = 81$, то $3^m + 3^n$ е равно на :

а) 27 б) 30 в) 33 г) 18

2. Най-малкото цяло решение на неравенството $\left(\frac{2}{3}\right)^{8x+5} \leq \left(\frac{9}{4}\right)^{7-x}$ е:

а) 4 б) 3 в) 1 г) 5

3. Ако дължините на страните на триъгълник са $p+q$, $2\sqrt{pq}$, $p-q$, където $p > q > 0$, то триъгълникът е:

а) правоъгълен б) остроъгълен в) тъпоъгълен г) не може да се определи вида според ъглите

4. Произведението $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{x+1}-1}{x}.\lim\limits_{x\to 2}\frac{2^{x+2}-16}{4^x-2^4}$ е равно на:

а) $\frac{1}{2}$ б) $\frac{1}{3}$ в) $\frac{1}{6}$ г) $\frac{2}{3}$

5. Ако $4\cos 2x + 5\sin 2x = 2\sin^2 x$ и $x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$, то tgx е равно на :

а) 2 б) $\frac{1}{2}$ в) $-\frac{1}{3}$ г) 3

6. Основата на пирамида $VABCD$ е квадрат $ABCD$ със страна 1 и пресечна точка на диагоналите O. Околният ръб $AV = \sqrt{2}$ и $AV \perp (ABCD)$. Лицето на сечението на пирамидата с равнина през O, перпендикулярна на CV, е:

а) 2 б) $\sqrt{2}$ в) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ г) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

7. Най-малкото положително число α, за което интервалът $[0;\alpha]$ съдържа поне три корена на уравнението $2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin x = 0$ е :

а) $\frac{3\pi}{4}$ б) π в) $\frac{4\pi}{3}$ г) $\frac{7\pi}{6}$

8. Сумата на първите n члена на аритметична прогресия $a_1, a_2, a_3, ...a_n, ...$ е $S_n = 6n^2 - 2n$ $(n \in N)$. Намерете стойностите на n, за които $a_n > 2006$.

9. Нека a, b, c, d, e, f, g са последователни естествени числа, подредени във възходящ ред. Ако $a+b+c+d+e+f+g$ е точен квадрат, а $c+d+e$ е точен куб, коя е най-малката стойност на d ?

10. Решете неравенството $\log_{\frac{1}{3}}(2-x) + \log_{\frac{1}{9}}(x-8)^2 \geq \log_{\frac{1}{3}} 27$.

11. Уравнението $(a-1)x^4+ax^2+a-1=0$ има четири реални корена, които са последователни членове на аритметична прогресия. Стойността на параметъра a е:

а) $\dfrac{2}{3}$ б) $\dfrac{3}{5}$ в) $\dfrac{3}{10}$ г) $\dfrac{10}{13}$

12. Решенията на неравенството $\sqrt{4-2\cos x}\le 3\cos x+2$ са :

а) $x\in\left[2k\pi;\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\right]$, $k\in Z$ б) $x\in\left[-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi;\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\right]$, $k\in Z$

в) $x\in\left(\dfrac{\pi}{6}+2k\pi;\dfrac{5\pi}{6}+2k\pi\right)$, $k\in Z$ г) $x\in\left[-\dfrac{\pi}{3}+2k\pi;\dfrac{\pi}{3}+2k\pi\right]$, $k\in Z$

13. В ΔABC е вписана окръжност, която се допира до страната BC в точка M. Ако $AM = CM$, $BC = 9$ и $\cos\sphericalangle ACB=\dfrac{2}{3}$, то страната AC е:

а) 4 б) 6 в) 3 г) 5

14. Безкрайно малка геометрична прогресия съдържа член $b_n=\dfrac{1}{6}$. Отношението на сумата на членовете, намиращи се пред b_n, към сумата на членовете след b_n, е равно на 6. Сумата на прогресията е $\dfrac{3}{4}$. Намерете n.

15. Да се реши системата $\left|\begin{array}{l}2^x+x=y+\log_2 y\\ \log_2 x+y=5\end{array}\right.$

16. Произведението на корените на уравнението $\log_3^2 x=\log_3\left(9-2x^{\log_3 x}\right)$ е равно на :

а) 3 б) 2,5 в) 2 г) 1

17. Стойностите на параметъра a, за които неравенството $(a-5)3^x<2-a$ няма решение, са :

а) $a\in(2;5)$ б) $a\in[5;+\infty)$ в) $a\in(-\infty;2)$ г) $a\in[2;+\infty)$

18. Даден е ΔABC с височини AH=1, BD=3 и ъглополовяща CL=3. Лицето на ΔABC е:

а) $3\sqrt{15}$ б) $\dfrac{4}{5}\sqrt{15}$ в) $4\sqrt{3}$ г) $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$

19. Стойностите на реалния параметър a, за които неравенството $3xy-4x^2<a\left(x^2+y^2\right)$ има решение, са:

а) $a>\dfrac{1}{2}$ б) $-\dfrac{9}{2}\le a\le\dfrac{1}{2}$ в) $a>-\dfrac{9}{2}$ г) $a<-1$

20. Даден е куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и точка M от ръба AB. Равнината (B_1MC) сключва с равнината $(ABCD)$ ъгъл φ такъв, че $tg\varphi=\sqrt{5}$. Да се намери ъгълът между правата BA_1 и равнината (B_1MC).

Задача:

В окръжност k с център O и радиус 1 е вписан трапец $ABCD$ с основи $AB=a$ и $CD=b$ ($a>b$). Ако пресечната точка на диагоналите на $ABCD$ е M и $OM=d$, намерете най-голямата стойност на отношението $\dfrac{a-b}{d}$.

Желаем Ви успех!