РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – БУРГАС
СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ – СЕКЦИЯ БУРГАС

СЪСТЕЗАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА „СВ. НИКОЛАЙ ЧУДОТВОРЕЦ" – 02.12.2006г.

Тема за единадесети клас
Тест

1. Най-голямата стойност на функцията $f(x) = -\sqrt{5}x^2 + 2x + 1$ е:

а) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ б) $2\sqrt{5}$ в) $\frac{\sqrt{5}}{5}+1$ г) $1-\frac{\sqrt{5}}{5}$

2. Отсечките BB_1 и CC_1 са височини в $\triangle ABC$ с ортоцентър т.H и дължина на страните AB=2, BC=5 и AC=6. Косинусът на $\angle B_1HC_1$ е равен на:

а) $-\frac{5}{8}$ б) $\frac{5}{8}$ в) $-\frac{3}{4}$ г) $\frac{3}{4}$

3. Ако острите ъгли α и β удовлетворяват равенството: $(1+tg\alpha).(1+tg\beta) = 2$, то $\alpha+\beta$ е:

а) $\frac{\pi}{4}$ б) $\frac{\pi}{3}$ в) $\frac{\pi}{6}$ г) $\frac{\pi}{2}$

4. Произведението от реалните корени на уравнението $\sqrt[3]{(x+7)^4} - 4.\sqrt[3]{(x+7)^2} + 4 = 0$ е равно на:

а) 14 б) -41 в) -14 г) 41

5. Страната срещу ъгъл с мярка $120°$ в даден триъгълник, се дели от ъглополовящата към нея на отсечки с дължини 1 и 2. Лицето на триъгълника е:

а) $\frac{9\sqrt{3}}{7}$ б) $\frac{9}{14}$ в) $\frac{9\sqrt{3}}{14}$ г) $9\sqrt{3}$

6. Числата x, y, z, различни от нула, са последователни членове на геометрична прогресия с частно различно от единица, а числата x, $2y$, $3z$ са последователни членове на аритметична прогресия. Частното на геометричната прогресия е:

а) $\frac{2}{3}$ б) $\frac{1}{3}$ в) 3 г) 2

7. Коренът на уравнението $3^{x+\frac{1}{2}} + 3^{x-\frac{1}{2}} = 4^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}$ е:

а) $\frac{2}{3}$ б) $-\frac{2}{3}$ в) $\frac{3}{2}$ г) $-\frac{3}{2}$

8. За редицата с общ член $a_n = \frac{1}{5}(6^n - 1)$ сумата от първите n члена е: ....

9. Два от ъглите в триъгълник са 15° и 105°. Отношението на дължините на ъглополовящата на третия ъгъл в триъгълника и срещулежащата му страна е:..

10. За аритметичната прогресия $a_1, a_2, a_3, a_4, ...$ е известно, че: $a_4 = 4$ и сумата $a_1.a_2 + a_1.a_3 + a_2.a_4$ има най-малка стойност. Разликата на аритметичната прогресия е: ....

11. Уравнението $\left||x^2-1|-1\right| = a$ има точно 3 реални решения за стойност на a равна на:

а) 1 б) 2 в) 0 г) 3

12. Дължините на катетите a и b на правоъгълен триъгълник удовлетворяват равенството: $\sqrt{a^2-6a\sqrt{2}+19}+\sqrt{b^2-4b\sqrt{3}+16}=3$. Дължината на хипотенузата на триъгълника е:

а) $5\sqrt{2}$ б) $3\sqrt{5}$ в) $2\sqrt{5}$ г) $\sqrt{30}$

13. Стойността на израза: $\cos\frac{\pi}{7}.\cos\frac{4\pi}{7}.\cos\frac{5\pi}{7}$ е равна на:

а) $\frac{1}{4}$ б) $\frac{1}{8}$ в) $-\frac{1}{8}$ г) $-\frac{1}{4}$

14. Множеството от стойностите на параметъра a, за които уравнението $9^{\sqrt{x}}+(1-a).3^{\sqrt{x}}-a=0$ има решение са: ....

15. Решенията на неравенството $\sqrt{6x-x^2-5}>8-2x$ са: ....

16. Ъглите в триъгълник образуват аритметична прогресия и дължината на най-голямата страна е два пъти по-голяма от дължината на най-малката страна на триъгълника. Мярката на най-големия ъгъл в триъгълника е:

а) 90° б) 100° в) 120° г) не може да се определи

17. Лицето на трапец с основи 3 и 1, перпендикулярни диагонали и сума на ъглите при голямата основа 135°, е:

а) 7,5 б) 6 в) 4,5 г) 3

18. Стойността на израза $(1+tg1^\circ).(1+tg2^\circ)....(1+tg43^\circ).(1+tg44^\circ)$ е равна на:

а) 2^{24} б) 2^{23} в) 2^{22} г) 2^{21}

19. Медицентърът на равнобедрен триъгълник с периметър 12 лежи на вписаната в триъгълника окръжност. Лицето на триъгълника е:

а) $2\sqrt{6}$ б) $\sqrt{6}$ в) $4\sqrt{6}$ г) 6

20. Множеството от стойностите на положителния параметър a, за които решенията на неравенството $ax^2-x+1-a<0$ принадлежат на интервала (0, 1), е: ....

Задача: Да се намерят стойностите на реалния параметър a, за които съществува точно една двойка реални числа (x, y) удовлетворяващи уравнението $ax^2+(3a+2)y^2+4axy-2ax+(4-6a)y+2=0$.

Желаем Ви успех!

Отговори на теста:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
в	б	а	г	в	б	в	$\frac{1}{25}\left(6^{n+1}-5n-6\right)$	$\frac{\sqrt{6}}{6}$	$\frac{22}{9}$
11.	**12.**	**13.**	**14.**	**15.**	**16.**	**17.**	**18.**	**19.**	**20.**
в	г	б	$a \geq 1$	$3 < x \leq 5$	а	г	в	а	$\frac{1}{2} < a \leq 1$

Решение на задачата:

Подреждайки по степените на x получаваме:

$ax^2 + 2a(2y-1)x + (3a+2)y^2 + 2(2-3a)y + 2 = 0$

1) $a = 0 \Rightarrow 2y^2 + 4y + 2 = 0 \Leftrightarrow (y+1)^2 = 0 \Rightarrow (y = -1, x \in R)$

2) $a \neq 0 \Rightarrow D = a^2(2y-1)^2 - a(3ay^2 + 2y^2 + 4y - 6ay + 2) = (a^2 - 2a)(y+1)^2$

I) $\left|\begin{array}{l} a^2 - 2a \geq 0 \\ a \neq 0 \end{array}\right. \Rightarrow x = \dfrac{a - 2ay \pm (y+1)\sqrt{a^2 - 2a}}{a}; (y \in R, x)$

II) $a^2 - 2a < 0 \Leftrightarrow a \in (0,2) \Rightarrow D = a(a-2)(y+1)^2 \geq 0 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow D = 0; y = -1 \Rightarrow$

$x = \dfrac{a - 2a(-1)}{a}$; $(x = 3;\ y = -1)\ a \in (0,2)$