МАТЕМАТИКА ЗА ВСЕКИ

ТРЕТИ СОФИЙСКИ МАТЕМАТИЧЕСКИ ТУРНИР - 25.11.2001 г.

9-12 клас

Задача 1. В ΔABC $(AC \neq BC)$ точките M, P, Q са съответно среди на страните AB, BC и AC, а CD е височина (т. $D \in AB$). Кое от следните твърдения не е вярно?

А) $MDPQ$ е равнобедрен трапец **Б)** $PQ = \frac{1}{2}AB$

В) $MQ = \frac{1}{2}BC$ **Г)** $DP = \frac{1}{2}AC$

Задача 2. $\sqrt{5^{100}}$ е тъждествено равен на:

А) $\left(\sqrt{5}\right)^{10}$ **Б)** $\pm 5^{50}$ **В)** 5^{50} **Г)** 5^{200}

Задача 3. Дадени са точки, никои три от които не лежат на една права. Всеки две от точките са съединени с отсечки. Ако броят на всички получени отсечки е 210, то броят на дадените точки е:

А) 70 **Б)** 105 **В)** 15 **Г)** 21

Задача 4. Дадени са уравненията $|x| - y = 2$ и $y = 1$. Лицето на фигурата, заградена от графиките на двете уравнения е:

А) 9 кв. ед. **Б)** 4 кв. ед. **В)** 2 кв. ед. **Г)** 18 кв. ед.

Задача 5. Колко на брой са двойките естествени числа (m, n), които удовлетворяват равенството $m^2n + 1 = 2001$?

А) 2 **Б)** 4 **В)** 8 **Г)** 6

Задача 6. Ако n е естествено число такова, че $n^3 = ***9$, то n е равно на:

А) 13 **Б)** 23 **В)** 29 **Г)** 19

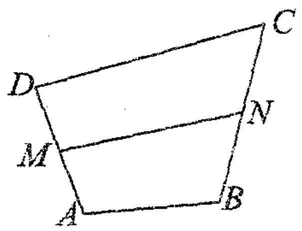
Задача 7. Ако броят на положителните делители на $2n$ е 28, а тези на $3n$ е 30, то броят на положителните делители на числото $6n$ е:

А) 35 **Б)** 30 **В)** 36 **Г)** 32

Задача 8. Коя е последната цифра в десетичния запис на числото $\left(\frac{1}{5^4}\right)^{2001}$?

А) 2 **Б)** 4 **В)** 5 **Г)** 6

Задача 9. Точките M и N са среди на страните AD и BC на четириъгълника $ABCD$. Кое равенство **не е** вярно?



А) $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}\right)$ **Б)** $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}\right)$

В) $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\left(2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{BC}\right)$ **Г)** $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}\right)$

Задача 10. Ако $m+n+p=0$ и $m^2+n^2+p^2=1$, то изразът $m^4+n^4+p^4$ е равен на:

А) 4 **Б)** 1 **В)** $\frac{1}{2}$ **Г)** $\frac{1}{4}$

Задача 11. Дадено е уравнението

$$\left(a^2-2a+2\right)x^2-\left(a^2-2a+7\right)x+5=0,$$

където a е реален параметър. Най-голямото число, което може да бъде корен на уравнението е:

А) 5 **Б)** 1 **В)** 10 **Г)** 12

Задача 12. Трима колоездачи тръгват едновременно от пункт A към пункт B, но пристигат по различно време в пункт B. Скоростта на първия колоездач е 1,5 пъти по-малка от скоростта на втория. Първият колоездач пристига в пункт B 1 час по-късно от третия колоездач. Третият колоездач за 1 час изминава 3 км по-малко от втория и пристига в пункт B 1 час по-късно от него. Разстоянието между двата пункта е:

А) 90 км **Б)** 60 км **В)** 50 км **Г)** 45 км

Задача 13. Дадени са две окръжности, всяка от които минава през центъра на другата. През една от пресечните им точки е прекарана права, различна от общата им хорда, която пресича окръжностите в точките A и B. Мярката на ъгъла между допирателните към окръжностите, прекарани в точките A и B е:

А) 75° **Б)** 30° **В)** 90° **Г)** 60°

Задача 14. Дадена е редица от 5 числа 3, a, b, c, 3087. Известно е, че всяко число от редицата е произведение на предните две. Сумата $a + b + c$ е:

А) 1545 **Б)** 175 **В)** 1030 **Г)** 515

Задача 15. *От старта S по една писта тръгнали едновременно в една посока колоездач и мотоциклетист. За времето, през което колоездачът направил една обиколка, мотоциклетистът направил три обиколки и пристигнал в онази точка A, в която настигнал колоездача първия път. Колко пъти скоростта на мотоциклетиста е по-голяма от скоростта на колоездача?*