

# МАТЕМАТИКА ЗА ВСЕКИ

## ВТОРИ СОФИЙСКИ МАТЕМАТИЧЕСКИ ТУРНИР

19.11.2000 г.

9-12 клас

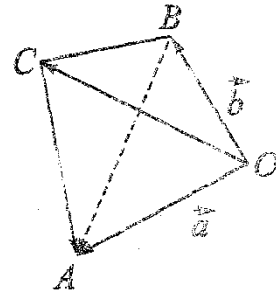
Задача 1. Стойността на израза

$2000^2 - 1999^2 + 1998^2 - 1997^2 + 1996^2 - 1995^2 + \dots + 4^2 - 3^2 + 2^2 - 1^2$  е:

- А) 1601      Б) 3599200      В) 1280800      Г) 2001000

Задача 2. Сборът  $\vec{a} + \vec{b}$  е равен на вектора

- А)  $\vec{AB}$       Б)  $\vec{BA}$   
В)  $\vec{CA}$       Г) не е посочен на чертежа



Задача 3. Обиколката на един аквариум е идеална окръжност. Малка рибка тръгва от стената и след като плува 30 см право на юг се оказва отново до стената. След това се обръща на запад, изминава 40 см и се опира пак в стената. Какъв е радиусът на аквариума?

- А) 0,5 м      Б) 25 см      В)  $\frac{6}{\pi}$  см      Г) 2,5 м

Задача 4. Ако  $5^x = 15$  и  $15^y = 625$ . Коя е стойността на  $x \cdot y$ ?

- А) 1      Б) 4      В) 5      Г) 3

Задача 5. Сборът от целите решения на неравенството  $|6 - x| < 4$  е:

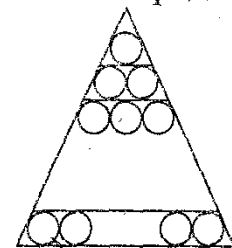
- А) 36      Б) 42      В) 54      Г) 10

Задача 6. На връщане от училище до средата на пътя Петя вървяла със скорост 3 км/час, а втората половина от пътя изминала със скорост 6 км/час. С каква средна скорост се е движила Петя?

- А) 4,5 км/час      Б) 4 км/час      В) 5 км/час      Г) 3,5 км/час

Задача 7. Топки са наредени във формата на триъгълник така, че в първия ред има една топка, във втория ред – две, в третия – три и т.н. Колко топки са необходими, за да се получи триъгълник с 30 реда?

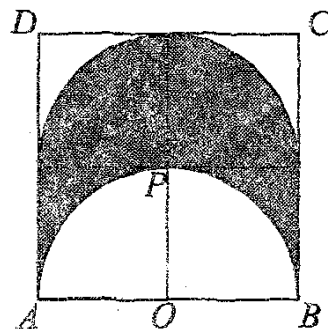
- А) 30      Б) 60  
В) 465      Г) 900



# МАТЕМАТИКА ЗА ВСЕКИ

Задача 8. Лицето на заштрихованата част от дадения квадрат със страна 2 см е:

- А) 2 кв. см                      Б)  $\frac{3\pi}{2}$  кв. см  
 В)  $\left(\frac{\pi}{4} + 2\right)$  кв. см      Г)  $\left(4 - \frac{\pi}{2}\right)$  кв. см



Задача 9. Един часовник е точен в 17 часа. Той изостава с 3 минути на всеки час. Колко е точното време, когато часовникът показва 12 часа на обяд следващия ден?

- А) 11 часа                              Б) 11 часа и 30 мин  
 В) 12 часа и 57 мин                  Г) 13 часа

Задача 10. Всеки уловен сом един рибар считал за 3 бройки, а всеки 3 кефала – за 1 бройка. В крайна сметка той преброил 24 бройки. Оказало се, че броят на сомовете и кефалите наистина бил 24. Колко сома е уловили рибарят?

- А) 12                      Б) 6                      В) 8                      Г) 18

Задача 11. В множеството  $\mathcal{Q}$  на рационалните числа дефинираме операцията  $*$  така, че ако  $a, b, c, d \in \mathcal{Q}$ , то:

- 1)  $(a*b).(c*d) = (a.c) * (b.d)$   
 2)  $a * a = 1$   
 3)  $a * 1 = a$

Стойността на израза

$$\frac{1996}{1995}(1995*1996) + \frac{1997}{1996}(1996*1997) + \dots + \frac{2001}{2000}(2000*2001) \text{ е:}$$

- А) 2001                      Б) 2000                      В) 6                      Г) 5

Задача 12. В триъгълник със страни 6, 5, 5 е вписана окръжност. Радиусът на окръжността е:

- А)  $\frac{5\sqrt{29,75}}{17}$                       Б) 2                      В)  $\frac{3}{4}$                       Г)  $\frac{3}{2}$

Задача 13. Окръжност  $K$  ( $O$ ;  $r = 3$ ) е описана около  $\triangle ABC$  и т.  $O \in AB$ . Допирателната през  $C$  пресича правата  $AB$  в точка  $M$ . Ако  $MA : AB = 1 : 3$ , дължината на  $MC$  е:

- А) 4                      Б) 15                      В) 5                      Г) 7,5

# МАТЕМАТИКА ЗА ВСЕКИ

**Задача 14.** В трапеца  $ABCD$  основата  $AB$  е 2 пъти по-голяма от  $CD$  и  $\overline{AB} = \vec{a}$ , а точки  $M$  и  $N$  са среди съответно на диагоналите  $AC$  и  $BD$ . Кое твърдение е невярно:

А)  $\overline{DC} = \frac{1}{2}\vec{a}$

Б)  $\overline{MN} = \frac{1}{3}\vec{a}$

В)  $MN \parallel AB$  и  $MN \parallel DC$

Г)  $\overline{MN} = \frac{1}{4}\vec{a}$

**Задача 15.** Дадени са неравенствата:

(1)  $2x^2 - \sqrt{27} < 0$

(2)  $2 - \sqrt{2} \cdot x \geq 0$

На кое от тях числото  $x = \sqrt{3} - 1$  е решение?

А) само на (1)    Б) само на (2)    В) на (1) и (2)    Г) на никое

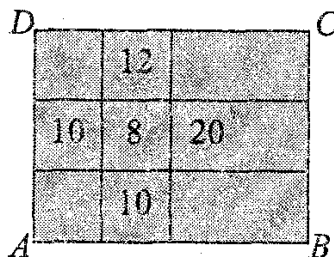
**Задача 16.** Правоъгълникът  $ABCD$  е разделен на девет по-малки правоъгълничета, както е показано на чертежа. Дадени са периметрите на пет от тях. Периметърът на  $ABCD$  е:

А) 44

Б) 52

В) 60

Г) 50



**Задача 17.** Окръжността  $k$  е вписана в равнобедрения  $\triangle ABC$ , а окръжността  $k_1$  е описана около него. Ако основата  $AB$  е симетрала на отсечката  $OO_1$  където точките  $O$  и  $O_1$  са съответно центровете на  $k$  и  $k_1$ , то големината на  $\sphericalangle ACB$  е:

А)  $72^\circ$

Б)  $108^\circ$

В)  $36^\circ$

Г)  $60^\circ$

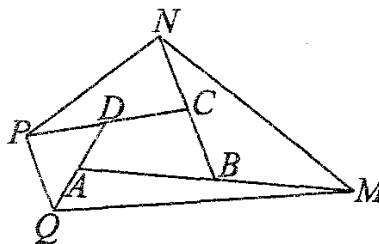
**Задача 18.** На продълженията на страните  $AB, BC, CD, DA$  на изпъкналия четириъгълник  $ABCD$  са нанесени отсечки  $BM = AB, CN = BC, DP = CD$  и  $AQ = DA$ . Ако лицето на четириъгълника  $MNPQ$  е  $60 \text{ cm}^2$ , то лицето на четириъгълника  $ABCD$  е:

А)  $15 \text{ cm}^2$

Б)  $12 \text{ cm}^2$

В)  $20 \text{ cm}^2$

Г)  $30 \text{ cm}^2$



# МАТЕМАТИКА ЗА ВСЕКИ

**Задача 19.** Дадени са  $\triangle ABC$  и  $\triangle MNP$  като  $\sphericalangle A = \sphericalangle M$  и  $\sphericalangle B = \sphericalangle N$ . Страните  $AB$ ,  $BC$  и  $AC$  на  $\triangle ABC$  са съответно 5, 4, 3. Ако страната  $MN$  на  $\triangle MNP$  е 10, то лицето на  $\triangle MNP$  е:

- А) 12                      Б)  $\frac{200}{3}$                       В) 24                      Г) 60

**Задача 20.** Ако  $\lg 2 = a$ ,  $\lg_2 7 = b$ , то  $\lg 56$  е:

- А)  $ab + 3a$               Б)  $3a + b$               В)  $a^3 + ab$               Г)  $3a + \frac{b}{a}$

**Задача 21.** За колко часа велосипедист ще измине 54 км, ако първия час измине 15 км, а всеки следващ час изминава по 1 км по-малко от предходния?

- А) 3 h 36 min    Б) 4 h                      В) 3 h                      Г) 3 h 24 min

**Задача 22.** Колко еднакви члена имат аритметичните прогресии 5, 8, 11, ... и 3, 7, 11, ..., ако всяка от тях се състои от 100 члена?

- А) 32                      Б) 25                      В) 11                      Г) 40

**Задача 23.** Числото  $5^{2n} + 23$  е кратно на:

- А) 23                      Б) 24                      В) 25                      Г) 5

**Задача 24.** Функцията  $f$  е дефинирана за всички реални числа и

$$f(x \cdot y) = f(x) + f(y)$$

за всички  $x$  и  $y$ . Тогава  $f(2000)$  е:

- А) 3                      Б) 2                      В) 1                      Г) 0

**Задача 25.** Решете уравнението:

$$(10x + 1)(10x + 3)(5x - 1)(5x + 3) = -6,5.$$