Американска Фондация за България
Съюз на Математиците в България
Министерство на Образованието, Младежта и Науката

Есенен Математически Турнир
София, 20 – 22 ноември 2009 г.

Тема за 9. клас

Задача 1. Да се намерят всички стойности на реалния параметър a, за които корените x_1 и x_2 на квадратното уравнение $x^2+(a+2)x+a-1=0$ удовлетворяват равенството $x_1+\frac{1}{1+x_1}+x_2+\frac{1}{x_2-1}=0$.

Задача 2. От точка A, лежаща на ъглополовящата на остър ъгъл с връх точка O са спуснати перпендикуляри AB и AC към раменете му. Върху отсечките OB и OC са избрани съответно точки P и Q така, че $\angle OAP=\angle CAQ$. Да се докаже, че центърът на описаната окръжност за ΔAPQ лежи на отсечката OA.

Задача 3. За естествено число $n>1$ нека $s(n)$ е най-малкият естествен делител на n, който е по-голям от 1. Да се намерят всички естествени числа a и b, за които $a^2+b^2=s(a)^2+3s(b)^4$.

Задача 4. Дадена е таблица 100x100, клетките на която са запълнени с естествени числа, ненадвишаващи 100. След всеки ред (под всеки стълб) била записана сумата на съдържащите се в реда (стълба) числа, след което числата в таблицата били изтрити. Само по записаните суми Иван успял напълно и еднозначно да възстанови всички числа в таблицата. Колко най-много измежду числата в таблицата може да са били седмици?

Време за работа: 4.5 часа