

**Американска Фондация за България
Съюз на Математиците в България
Министерство на Образованието, Младежта и Науката**

**Есенен Математически Турнир
София, 20 – 22 ноември 2009 г.**

Тема за 8. клас

1. Даден е успоредникът ABCD, два от ъглите на който имат разлика 120° . Ъглополовящите на ъглите при А и В се пресичат в точка О. Лицето на $\triangle ABO$ е 18 кв.см. и $AD=9$ см. Да се пресметне лицето на $\triangle CDO$.
2. Да се докаже, че за всеки две числа $a \geq 1$ и $b \geq 1$ е в сила неравенството:
$$a^2b^2 + a^2 + b^2 + 1 \geq ab(a+b) + a + b.$$
Кога се достига равенство?
3. Да се намерят всички естествени числа n , за които $20n^2 + n + 1 = p^2q$, където p и q са прости числа и $p^2 = q + 8$.
4. Нека s е естествено число. Една квадратна таблица 3×3 ще наричаме s -вълшебна, ако в полетата ѝ са поставени девет последователни естествени числа, така че сборът на числата във всяко от четирите квадратчета 2×2 да бъде s и сборът на числата в четирите ъгъла също да бъде s . Колко са всички s -вълшебни таблици, за които $s < 2009$? (Завъртанятията и отраженията на дадена таблица се считат за различни таблици.)

Време за работа: 4.5 часа