

**Американска Фондация за България  
Съюз на Математиците в България  
Министерство на Образованието, Младежта и Науката**

---

**Есенен Математически Турнир  
София, 20 – 22 ноември 2009 г.**

**Тема за 12. клас**

**Задача 1.** Да се намерят стойностите на реалния параметър  $a$ , за които неравенството  $\log_{x+a} x \leq \log_a x$  има решения с разлика  $a$ .

**Задача 2.** В окръжност е вписан петоъгълник  $ABCDE$ , като  $AC$  е диаметър,  $AE=2CE$  и  $AD=10CD$ . Нека  $M$  и  $N$  са пресечните точки на  $AC$  съответно с  $BD$  и  $BE$ . Да се намери отношението  $\frac{AN}{BC}$ , ако дължините на отсечките  $AN, NM$  и  $MC$  образуват аритметична прогресия (в този ред).

**Задача 3.** Пул е поставен в един от върховете на правилен 2009-ъгълник. Редувайки се, двама местят пула по следните правила: Първият може да го мести в съседен връх и да маркира този връх (ако не е маркиран), а вторият – в един от двата най-отдалечени върха. Колко най-много върха със сигурност може да маркира първият (независимо от ходовете на втория)?

**Задача 4.** Дадено е цяло число  $m$ . Да се намери броят на редиците  $a_1, a_2, \dots$  от цели числа такива, че  $a_n a_{n+2} = n^2 + m$  за всяко  $n$ .

*Време за работа: 4.5 часа*