Пробен зрелостен изпит по математика, проведен на 6.03.2010 година

Тестът съдържа 28 задачи по математика:

- 20 задачи със структуриран отговор с четири възможни отговора, от които само един е верен;
- 5 задачи със свободен отговор;
- 3 задачи, решенията на които се представят в писмен вид с необходимите обосновки.

Максималният брой точки на целия тест е 100. Време за работа – 4 астрономически часа.
Приятна работа!

<u>Първа част</u> (всяка задача – по 2 точки)

1. Най-малкото от посочените числа е:

А) $\sqrt[3]{5}$ Б) $4^{-1,5}$ В) 2^{-4} Г) $\sqrt{2}$

2. За всяко различно от 0 число m корените на уравнението $x^2-x-m^2=0$ са:

А) положителни Б) отрицателни В) няма реални корени Г) с различни знаци

3. Множеството от допустимите стойности на израза $\dfrac{2}{3x+3}+\sqrt{4-x^2}$ е:

А) $(-\infty;-1)$ Б) $(-2;2)$ В) $[-2;-1)\cup(-1;2]$ Г) $(2;+\infty)$

4. Ако $\sin(3600^\circ-\alpha)=0,25$, стойността на израза $\dfrac{1}{1-\cos\alpha}+\dfrac{1}{1+\cos\alpha}$ е:

А) 0,625 Б) 4 В) 16 Г) 32

5. Графиката на функцията $f(x)=x^2-3x+2$ пресича абсцисната ос в точката:

А) (0;3) Б) (2;0) В) (0;2) Г) (3;0)

6. Кое от числата НЕ е рационално:

А) $\sin 150^\circ$ Б) $\operatorname{tg} 135^\circ$ В) $\operatorname{cotg} 90^\circ$ Г) $\cos 150^\circ$

7. Шифърът на куфар е шестцифрен набор от три единици и три нули. Колко различни възможности има за избиране на този шрифт?

А) 720 Б) 120 В) 20 Г) 6

8. Кое е вярното равенство:

А) $\lg 2+\lg 5=1$ Б) $\lg 2+\lg 5=0$ В) $\lg 2+\lg 5=\lg 0,4$ Г) $\lg 2.\lg 5=1$

9. Числената стойност на израза $\dfrac{47}{3\sqrt{7}+4}-\dfrac{\sqrt{20}+\sqrt{5}}{3\sqrt{5}}-3\sqrt{7}$ е:

А) $-4-\dfrac{2}{3}\sqrt{5}$ Б) – 5 В) $-4+\dfrac{2}{3}\sqrt{5}$ Г) $4+\dfrac{2}{3}\sqrt{5}$

10. Първият член на аритметичната прогресия a_1, a_2, 8, a_4, a_5, 14 е:

А) – 2 Б) 1 В) 3 Г) 4

11. Колко са решенията на уравнението $\sqrt{x^4-5x^2+4}=\sqrt{1-x^2}$?

А) 2 Б) 4 В) 0 Г) 1

12. Ако за ΔABC е дадено, че радиусът на описаната около него окръжност е 6, $\angle ABC=73^\circ$ и $\angle ACB=47^\circ$, то страната BC е равна на:

А) $3\sqrt{6}$ Б) 6 В) $6\sqrt{2}$ Г) $6\sqrt{3}$

13. В правоъгълен триъгълник допирната точка на вписаната окръжност дели хипотенузата на отсечки с дължини 5 и 12. Дължината на по-големия катет е:

А) 8 Б)9 В) 12 Г) 15

14. Четириъгълникът $ABCD$ е вписан в окръжност. Ако $AB = 4$, $BC = 3, CD = 2$ и $AD = 2$, диагонала AC е:

А) 3,5 Б) $\sqrt{15}$ В) 7,5 Г) $2\sqrt{3}$

15. Страните на ΔABC са $AC = 7, \mathrm{BC} = 8, \mathrm{AB} = 9$. Вътрешната ъглополовяща AL е равна на:

А) $\frac{189}{4}$ Б) $\frac{13}{2}$ В) $\frac{3}{2}\sqrt{21}$ Г) $3\sqrt{21}$

16. Модата и медианата на извадката 1, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 5, 6 са:

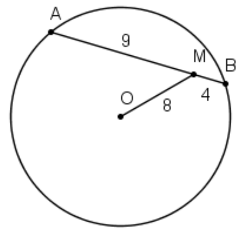
А) 4 и 5 Б) 3 и 4 В) 5 и 3 Г) 5 и 3,5

17. Около окръжност е описан равнобедрен трапец с основи 18 и 8. Дължината на окръжността е:

А) 12 Б) 6π В) 12π Г) $4{,}5\pi$

18. Лицето на ромб е 120 см^2, а дължината на единия му диагонал е 1 дм. Периметърът на ромба е:

А) 6 дм Б) 52 см В) 48 см Г) 2 дм



19. Радиусът на окръжността от чертежа е равен на:

А) 5 Б) 10 В) 3 Г) 13

20. В ΔABC е дадено, че $AB = 7,\ AC = 3$. Ако M е средата на BC и $AM = 3\sqrt{2}$, то BM е равна на:

А) $\sqrt{11}$ Б) $\sqrt{22}$ В) $2\sqrt{11}$ Г) $2\sqrt{2}$

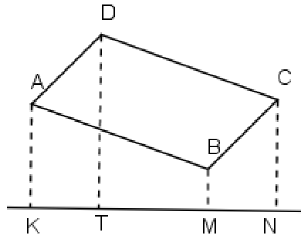
<u>Втора част</u> (всяка задача – по 3 точки)

21. Решенията на системата $\begin{cases} 4^{x+y} = 128 \\ 7^{3x-2y-3} = 1 \end{cases}$ са: ____________

22. Сборът на най-голямата и най-малката стойност на $f(x) = x^2 - 6x + 10$ в интервала $[0;4]$ е: ___________

23. Дадено е, че $\alpha \in (315°;360°)$ и $20\sin^2\alpha + 21\cos\alpha - 24 = 0$.
Тогава $\operatorname{tg}\alpha$ е: __________

24. На чертежа ABCD е успоредник, като AK=3, DT=5, CN=4 и K, T, M и N са пети на перпендикуляри. Тогава BM е равна на: __________



25. Броят на четирицифрените числа, записани с различни четни цифри е: ________

<u>Трета част</u> (всяка задача – по 15 точки)

26. Решете системата $\begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{8}{3} \\ x + y - xy = 1 \end{cases}$.

27. В ΔABC със страни $AC = 21$ и $AB = 14$ са построени ъглополовящата $AL(L \in BC)$ и медианата $CM(M \in AB)$. През точката L е прекарана права, успоредна на CM, която пресича AB в точка P. Да се намери лицето на ΔABC, ако лицето на ΔLBP е равно на 20.

28. Измежду пет отсечки с дължини съответно 1 см, 3 см, 5 см, 7 см и 9 см по случаен начин се избират три. Каква е вероятността избраните отсечки да бъдат страни на триъгълник?

Отговори:

Първа част:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
В	Г	В	Г	Б	Г	В	А	Б	Г	А	Г	Г	А	В	Г	В	Б	Б	А

Втора част: **21.__ (2;3/2) __;** **22.___ 11 ___;** **23.____ -3/4 __;** **24.___ 2 ____;** **25.____ 96 ____;**

Решения на третата част:

26 зад. Отг: $(3,1),\ (1,1/3),\ (1,-3),\ (-1/3,1)$

Полага $\frac{x}{y} = t$ -- 1 т.

Получено уравнение $3t^2 - 8t - 3 = 0$ ---------------------------2 т.

Корени $t_1 = 3, t_2 = -1/3$ -- 2 т.

Решава системата $\begin{vmatrix} x = 3y \\ x + y - xy = 1 \end{vmatrix}$ ------------------------------ 4 т.

Решава системата $\begin{vmatrix} y = -3x \\ x + y - xy = 1 \end{vmatrix}$ ------------------------------ 4 т.

Записва корените $(3,1), (1,1/3), (1,-3), (-1/3,1)$ ------------ 2 т.

27 зад. Отг: $S = 250.$

$LB : LC = 2 : 3$ ----------------------------------- 2т.

ΔBPL подобен на ΔBMC -------------------- 2т.

$BL : BC = 2 : 5$ -------------------------------------2т.

$S_{BLP} : S_{BMC} = (BL : BC)^2 = 4 : 25$ ------------3т.

$S_{BMC} = 125$ ---3т.

$S_{ABC} = 2.S_{BMC} = 250$ ----------------------------3т.

28 зад. Отг. $P = 0{,}3.$

$P = \frac{m}{n}$ ---1т.

$n = C_5^3 = 10$ -----------------------------------3т.

Отсечка с дължина 1 см не може да е страна ----------4т.

Намерени възможните триъгълници 3, 5, 7; 3, 7, 9; 5, 7, 9 --------- по 2т. (общо 6т.)

Отговор $P = 0{,}3$ ----------------------------- 1т.