

ПРИМЕРЕН ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА

УВАЖАЕМИ УЧЕНИЦИ,

Тестът съдържа **28 задачи** по математика от **два вида**:

- 20 задачи със структуриран отговор с четири възможни отговора, от които само един е верен;
- 8 задачи със свободен отговор.

Първите 20 задачи (от 1. до 20. включително) в теста са от затворен тип с четири възможни отговора, обозначени с главни букви от А до Г, от които само един е верен. Отговорите на тези задачи отбелязвайте със син/черен цвят на химикалката в **листа за отговори (първи модул)**, а не върху теста. Отбелязвайте верния отговор със знака **X** в кръгчето с буквата на съответния отговор. Например:

А В Г

Ако след това прецените, че първоначалният отговор не е верен и искате да го поправите, запълнете кръгчето с грешния отговор и отбележете буквата на друг отговор, който приемате за верен. Например:

А В

За всяка задача трябва да е отбелязан не повече от един действителен отговор. Като действителен отговор на съответната задача се приема само този, чиято буква е отбелязана със знака X .

Отговорите на задачите със **свободен отговор (от 21. до 25. вкл.)** запишете в предоставения **листа за отговори (втори модул)**. За задачи **от 26. до 28. вкл.** запишете пълните решения с необходимите обосновки на предоставените за целта листове.

ПОЖЕЛАВАМЕ ВИ УСПЕШНА РАБОТА!

Отговорите на задачите от 1. до 20. вкл. отбелязвайте в листа за отговори!

1. Стойността на израза $\frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} - \frac{2}{\sqrt{3} - \sqrt{5}}$ е:

- А) 0; Б) $-2\sqrt{5}$; В) $2\sqrt{5}$; Г) $2\sqrt{3}$

2. Решенията на неравенството $4x^2 - 16 \leq 0$ са:

- А) $x \in [2; +\infty)$; Б) $x \in (-\infty; 2]$; В) $x \in [-2; 2]$; Г) $x \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$

3. Стойността на кой от написаните изрази е най-малка:

- А) $\log_{\frac{1}{4}} 64$; Б) $-\sqrt{2} \sin 45^\circ$; В) $\sqrt{(-5)^2}$; Г) $5^{\log_5 6}$

4. Корените на кое от квадратните уравнения са с различни знаци:

- А) $3x^2 - 7x + 4 = 0$; Б) $3x^2 - 7x - 4 = 0$; В) $-3x^2 - 7x - 4 = 0$; Г) $-3x^2 + 7x - 4 = 0$

5. Седмият член на геометричната прогресия 54; -18; 6; ... е:

- А) $-\frac{2}{27}$; Б) $\frac{2}{27}$; В) $-\frac{2}{81}$; Г) $\frac{2}{81}$

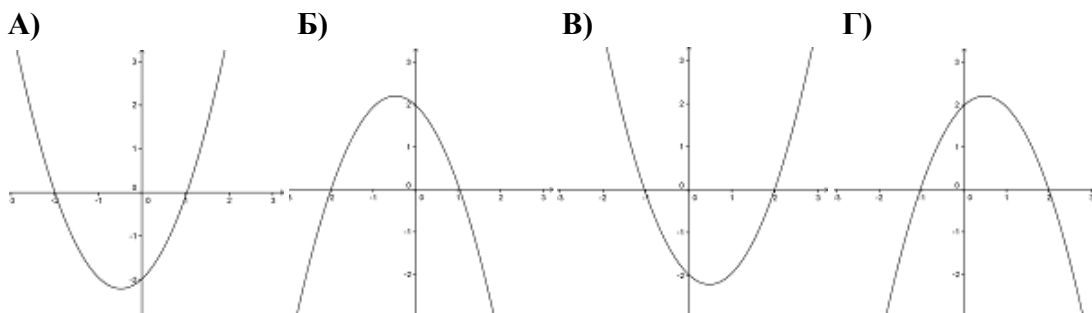
6. Корените на уравнението $\sqrt{5-x} = x-5$ са:

- А) 4 и 5; Б) 5 и -5; В) 5; Г) -5

7. Медианата на статистическия ред 5; 8; 5; 7; 5; 6 е:

- А) 5; Б) 5,5; В) 6; Г) 6,5

8. Графиката на функцията $y = x^2 + x - 2$ е:



9. Ако $a = \sin 175^\circ \cos 55^\circ - \cos 175^\circ \sin 55^\circ$, то a е равно на:

- А) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; Б) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; В) $-\frac{1}{2}$; Г) $\frac{1}{2}$

10. Най-малката стойност на функцията $f(x) = -x^2 + 3x - 2$ в интервала $[-1; 3]$ е:

- А) -4 ; Б) -18 ; В) -2 ; Г) -6

11. Броят на различните седемцифрени числа без повтарящи се цифри, които могат да се запишат с цифрите 5; 6; 2; 0; 4; 8; 1 е равен на:

- А) 4320; Б) 720; В) 5040; Г) 5760

12. Ако дължината на основата на равнобедрен триъгълник ($AC = BC$) е 5cm , а тангенсът на срещулежащия ъгъл е равен на $\frac{2}{\sqrt{21}}$, то радиусът на описаната

около триъгълника окръжност е:

- А) 6cm ; Б) $6,25\text{cm}$; В) 12cm ; Г) $12,25\text{cm}$

13. Височината, спусната от върха на тъпия ъгъл в един успоредник, дели този ъгъл в отношение $5 : 3$. Острият ъгъл на успоредника е равен на:

- А) 30° ; Б) 36° ; В) 40° ; Г) 45°

14. В правоъгълен триъгълник медианата с дължина m дели правия ъгъл в отношение $1 : 2$. Лицето на триъгълника е:

- А) $\frac{m^2 \sqrt{3}}{4}$; Б) $\frac{3m^2}{2}$; В) $\frac{m^2 \sqrt{3}}{2}$; Г) $\frac{m^2 \sqrt{5}}{2}$

15. В $\triangle ABC$ ъглополовящата през върха C разделя страната AB на две части, едната от които е равна на 6cm . Другите две страни на триъгълника са 6cm и 9cm . Намерете периметъра на $\triangle ABC$:

- А) 30cm ; Б) 25cm ; В) 35cm ; Г) 40cm

16. Дължината на общата външна допирателна на две външнодопиращи се окръжности с радиуси R и r е:

- А) \sqrt{Rr} ; Б) $\sqrt{2(R^2 + r^2)}$; В) $2\sqrt{Rr}$; Г) $\sqrt{2Rr}$

17. Трапец с бедра 5cm и 7cm е описан около окръжност с радиус 2cm . Лицето на трапеца е:

- А) 35cm^2 ; Б) 24cm^2 ; В) 48cm^2 ; Г) 12cm^2

18. В равнобедрения $\triangle ABC$ ($AC = BC$) медицентърът M е точка от вписаната в триъгълника окръжност. Отношението на основата и бедрото е:

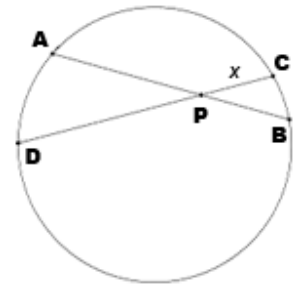
- А) $2 : 5$; Б) $3 : 2$; В) $5 : 2$; Г) $2 : 3$

19. Ако $\operatorname{tg} \alpha = 2$ намерете стойността на $\frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}$:

- А) $\frac{2}{5}$; Б) 2 ; В) $\frac{2}{3}$; Г) $\frac{1}{2}$

20. За кои числа x ($CP = x$) дължините на отсечките CP, PB, AP, DP , взети в посочения ред, образуват растяща аритметична прогресия с разлика 1?

- А) $x = 2$; Б) $x = 1$;
В) за всяко x ; Г) няма такива x



Отговорите на задачите от 21. до 25. вкл. запишете в свитъка за свободните отговори!

21. Основите на равнобедрен трапец са 24cm и 12cm , а бедрото му е 10cm . Намерете тангенса на ъгъла между диагонала и голямата основа на трапеца.

22. Да се реши уравнението $3x^2(x^2 - 2) - 2x^2(x^2 + 3) = 0$

23. Сборът на деветия и петия член на една аритметична прогресия е 40, а разликата на същите членове е 12. Намерете a_1 и d на прогресията.

24. Катетите на правоъгълен триъгълник са 3cm и 4cm . Намерете разстоянието между центровете на вписаната и описаната окръжности.

25. Периметърът на ромб е 20cm , а сумата от дължините на диагоналите му е 14cm . Да се намери лицето на ромба.

Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 26. до 28. вкл. запишете в свитъка за свободните отговори!

26. В триъгълник ABC със страни $AC = 21\text{cm}$, $AB = 14\text{cm}$ са построени ъглополовящата AL и медианата CM . През точката L е построена права t , успоредна на CM , която пресича AB в точка P . Ако лицето на $\triangle LBP$ е 20cm^2 , намерете лицето на $\triangle ABC$.

27. При набиране на телефонен номер ученик установява, че е забравил последните три цифри и ги набира по случаен начин. Намерете вероятността да бъде избран желаният номер при първо набиране.

28. Решете системата
$$\begin{cases} x - 2xy + y = 11 \\ x + 2xy + y = -13 \end{cases}$$

ЛИСТ ЗА ОТГОВОРИ

на: _____

ПЪРВИ МОДУЛ

1. А Б В Г
2. А Б В Г
3. А Б В Г
4. А Б В Г
5. А Б В Г
6. А Б В Г
7. А Б В Г
8. А Б В Г
9. А Б В Г
10. А Б В Г
11. А Б В Г
12. А Б В Г
13. А Б В Г
14. А Б В Г
15. А Б В Г
16. А Б В Г
17. А Б В Г
18. А Б В Г
19. А Б В Г
20. А Б В Г

ВТОРИ МОДУЛ

21. _____
22. _____
23. _____
24. _____
25. _____

ЛИСТ ЗА РЕШЕНИЯ НА ЗАД. 26 до 28

на: _____

ФОРМУЛИ

Квадратно уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$\text{Формули на Виет} \quad x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

Квадратна функция

Графиката на $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ е парабола с връх точката $(-\frac{b}{2a}; -\frac{D}{4a})$

Корен. Степен и логаритъм

$$\sqrt[2k]{a^{2k}} = |a| \quad \sqrt[2k+1]{a^{2k+1}} = a; \quad \text{при } k \in \mathbb{N}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m} \quad \sqrt[nk]{a} = \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}; \quad \text{при } a > 0, n \geq 2, k \geq 2 \text{ и } n, m, k \in \mathbb{N}$$

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b \quad \log_a a^x = x \quad a^{\log_a b} = b; \quad \text{при } b > 0, a > 0, a \neq 1$$

Комбинаторика

Брой на пермутациите на n елемента: $P_n = 1.2.3 \dots (n-1)n = n!$

Брой на вариациите на n елемента k -ти клас: $V_n^k = n.(n-1) \dots (n-k+1)$

Брой на комбинациите на n елемента k -ти клас: $C_n^k = \frac{V_n^k}{P_k} = \frac{n.(n-1) \dots (n-k+1)}{1.2.3 \dots (k-1)k}$

Вероятност $P(A) = \frac{\text{брой на благоприятните случаи}}{\text{брой на възможните случаи}} \quad 0 \leq P(A) \leq 1$

Прогресии

Аритметична прогресия: $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$$

Геометрична прогресия: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

$$S_n = \frac{a_n q - a_1}{q-1} = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q-1}$$

Формула за сложна лихва: $K_n = K \cdot q^n = K \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$

Зависимости в триъгълник

Правоъгълен триъгълник: $c^2 = a^2 + b^2$ $S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$ $a^2 = a_1c$ $b^2 = b_1c$

$h_c^2 = a_1b_1$ $r = \frac{a+b-c}{2}$ $\sin \alpha = \frac{a}{c}$ $\cos \alpha = \frac{b}{c}$ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$ $\operatorname{cotg} \alpha = \frac{b}{a}$

Произволен триъгълник: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$ $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$

Формула за медиана: $m_a^2 = \frac{1}{4}(2b^2 + 2c^2 - a^2)$ $m_b^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2c^2 - b^2)$

$m_c^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2b^2 - c^2)$

Формула за ъглополовяща: $\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$ $l_c^2 = ab - nm$

Формули за лице

Триъгълник: $S = \frac{1}{2}ch_c$ $S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$S = pr$ $S = \frac{abc}{4R}$

Успоредник: $S = ah_a$ $S = ab \sin \alpha$

Четириъгълник: $S = \frac{1}{2}d_1d_2 \sin \varphi$

Описан многоъгълник: $S = pr$

Тригонометрични функции

α^0	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
α rad	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–
$\operatorname{cotg} \alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

	$-\alpha$	$90^\circ - \alpha$	$90^\circ + \alpha$	$180^\circ - \alpha$
sin	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$
cos	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$
tg	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{cotg} \alpha$	$-\operatorname{cotg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$
cotg	$-\operatorname{cotg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{cotg} \alpha$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{cotg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{cotg} \alpha \operatorname{cotg} \beta \mp 1}{\operatorname{cotg} \beta \pm \operatorname{cotg} \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad \operatorname{cotg} 2\alpha = \frac{\operatorname{cotg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{cotg} \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha) \quad \cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$$