Национален кръг на “Европейско Кенгуру”

6 юни 2009 г.

ТЕМА за 7-8 клас

Първите 5 задачи са с избираем отговор. След всяка от тях има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Шестата задача е със свободен отговор, а за седмата трябва да се опише решението. За даден верен отговор на първите 6 задачи се присъждат 5 точки. Седмата задача се оценява с 0–10 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути. Пожелаваме Ви успех!

1. За $x \neq 0$ и $y \neq 0$ са изпълнени равенствата $x+\frac{1}{y}=13$ и $y+\frac{1}{x}=26$. Пресметнете $\frac{x}{y}$.

A) 1 **B)** 2 **C)** $\frac{1}{2}$ **D)** 4 **E)** 3

2. Намерете броя на двуцифрените числа със свойството: ако умножим числото с 2, сумата от цифрите му не се променя.

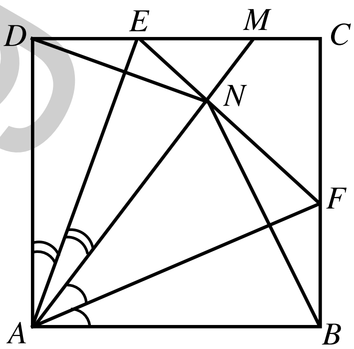
A) 0 **B)** 4 **C)** 9 **D)** 10 **E)** 15

3. В езерото „Бизоново око” се влива река. Стадо от 154 бизона може да изпие езерото за един час, а стадо от 26 бизона – за 6 часа. За колко часа може един бизон да изпие цялото езеро, ако всеки от бизоните може за изпие езерото за един и същ брой часове?

A) 180 **B)** 186 **C)** 174 **D)** 232 **E)** 256

4. Даден е квадрат $ABCD$. Върху страната BC е взета точка F, а върху страната CD – съответно точки E и M така, че $\angle BAF = \angle MAF$ и $\angle DAE = \angle MAE$. Ако AM пресича EF в точка N, да се намери мярката на $\angle DNB$.

A) 105° **B)** 120° **C)** 135° **D)** 150° **E)** 165°



5. Естествените числа a, b и c са такива, че $3a = 7b^2 = c^3$. Най-малкото естествено число c, за което това е възможно, е:

A) 7 **B)** 21 **C)** 63 **D)** 84 **E)** 91

6. На 6 картончета са написани цифрите 1, 1, 2, 2, 3, 3, като на всяко картонче е написана само една цифра. Иван нарежда картончетата и образува различни шестцифрени числа, като не поставя картончета с едни и същи цифри едно до друго. Колко най-много такива шестцифрени числа може да образува Иван?

7. Дадена е наредена четворка положителни числа (a,b,c,d). От нея се получава втора четворка (ab,bc,cd,da) по следното правило: всяко число се умножава по следващото, а четвъртото – по първото. От втората четворка по същото правило се получава трета четворка и т. н.

а) Възможно ли е по това правило да се получи наредената четворка числа (48,64,256,576), ако числата в първоначалната четворка са цели?

б) Възможно ли е по това правило да се получи наредената четворка числа $(120,750,6750,1080)$, ако числата в първоначалната четворка са цели и взаимно прости?

в) Намерете всички четворки (a,b,c,d), от които по даденото правило след няколко стъпки се получава отново четворката (a,b,c,d).