

СМБ – Секция “Изток”
ВЕЛИКДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 24.04.2010
7 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент : Всяка задача от 1 до 20 има само един правилен отговор от четири възможни (отбелязани с а), б), в), г)). За задачи 21,22 и 23 трябва да бъдат записани само отговорите, а задачи 24 и 25 трябва да бъдат подробно решени. Задачите от 1 до 5 се оценяват с по 1 точка; задачи от 6 до 15 – с по 2 точки; задачи от 16 до 20 – с по три точки; задачи 21, 22 и 23 – с по 5 точки; задачи 24 и 25 – с по 10 точки.

Неправилни решения и задачи без отговор се оценяват с 0 точки.

Организаторите Ви пожелават успех !

Име.....училище.....град.....

1. Да се приведе в нормален вид израза $(x + y).x - (x^2y + xy^2) : (-x) - 2xy$:

- а) $x + y$ б) $x^2 + 1$ в) $x + y^2$ г) $x^2 + y^2$

2. При коя стойност на a нормалния многочлен, тъждествен на $(x^2 + x - 1)(x - a)$ не съдържа x^2 ?

- а) 0 б) 1 в) -1 г) 2

3. Всички решения на неравенството $5 - x \leq 0$ могат да се запишат във вида:

- а) $x \in (-\infty; 5]$ б) $x \in (-\infty; -5)$ в) $x \in [5; +\infty)$ г) $x \in (5; +\infty)$

4. Два триъгълника са ВИНАГИ еднакви, когато имат равни:

- а) по два ъгъла б) по три ъгъла в) по две страни и ъгъл г) по три страни

5. Кое от посочените числа НЕ Е решение на неравенството $\frac{x-4}{5} - \frac{3-x}{-2} < 1$.

- а) 3 б) 1 в) 0 г) -2

6. Даден е многочленът $4x^2 + 4xy + y^2 - 4$. Кой от посочените изрази е негов множител?

- а) $2x + y + 4$ б) $2x + y - 2$ в) $2x - y + 2$ г) 2

7. В $\triangle ABC$ точка $P \in AC$, $AB = BP = PC$ и $\angle PBC = 38^\circ$. Намерете $\angle ABC$.

- а) 66° б) 82° в) 104° г) 36°

8. Кое е вярното твърдение?

- а) $(-2)^3 < -2^5$ б) $10\% \text{ от } 5 > 5\% \text{ от } 10$ в) $|5 - 8| - |-5 - 8| = -10$ г) $0 > |-1|$

9. Симетралата на страната АВ в правоъгълния $\triangle ABC$ ($\angle ACB = 90^\circ$) пресича ВС в точка Р, така че $AC = CP$. $\angle ABC$ е равен на:

- а) 30° б) 20° в) $22^\circ 30'$ г) 15°

10. Кои са решенията на уравнението $x^{12} - x^8 - x^4 + 1 = 0$.

- а) 1 и 2 б) -1 и 1 в) -1 г) 1

11. Да се намери броят на целите стойности на параметъра a , за които уравненията $ax^2 + 2a + 3 = 0$ и $x^2 - x + 2 = (1 - x)^2$ са равносилни.

- а) 0 б) 1 в) 2 г) 4

12. Външните ъгли на триъгълник се отнасят както 4 : 3 : 2. Най-големият вътрешен ъгъл на триъгълника е равен на:

- а) 80° б) 90° в) 100° г) 110°

13. Множеството на решенията на неравенството $4x^2 - 4x + 1 \leq 0$ е:

- а) $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$ б) $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, \infty\right)$ в) $\frac{1}{2}$ г) $(-\infty, +\infty)$

14. Даден е $\triangle ABC$. Ъглополовящите на външните ъгли при върховете А и В се пресичат в точка D. Да се намери големината на $\angle ADB$, ако $\angle ACB = 80^\circ$.

- а) 50° б) 100° в) 40° г) 80°

15. Намерете решението на уравнението $|6x - 2| = |5x - 9|$.

- а) -7 б) 1 и 7 в) 2 и -1 г) -7 и 1

16. Дължината, широчината и височината на правоъгълен паралелепипед са съответно 4 см, π см и 9 см, а числата, изразяващи обема на паралелепипеда и повърхнината на дадено кълбо са равни. Тогава обемите на паралелепипеда и кълбото се отнасят както:

- а) 3 : 1 б) 2 : 1 в) 1 : 1 г) 1 : 2

17. На празното място в редицата от уравнения $3x + 2 = 5$, $4x + 3 = 7$, $7x + 3 = 10$, може да бъде поставено уравнението:

- а) $3x + 5 = 10$ б) $6x + 5 = 11$ в) $5x + 6 = 13$ г) $8x + 2 = 12$

18. Върху страната АВ на равностранния триъгълник ABC са взети точки Р и Q, такива че $AP = BQ$ и

$AP < \frac{AB}{2}$. Ако правата CP дели $\angle ACQ$ в отношение 1 : 2, то $\angle AQC$ е равен на:

- а) 30° б) 45° в) 60° г) 75°

19. Ако $a > b$, кое от неравенствата е винаги вярно?

- а) $a + 6 > b - 6$ б) $-3a > -3b$ в) $a - 1 > b + 1$ г) $2a - 1 > 2b$

20. Моторна лодка тръгва от речно пристанище и изминава разстоянието от А до В и обратно за 5 часа. Намерете разстоянието между А и В, ако скоростта на лодката в спокойни води е 15 км/ч, а на течението – 3 км/ч.

- а) 45 км б) 36 км в) 28 км г) 60 км

21. Даден е триъгълник ABC, в който $AC > BC$. Симетралата на АВ пресича AC в точка Р. Ако $BP \perp AC$ и $2PC = BC$, намерете ъглите на триъгълника.

22. От два града, разстоянието между които е 135 км, тръгват едновременно два автомобила. Единият автомобил се движи с 72 км/ч, а другият – с 63 км/ч. След колко часа разстоянието между тях ще бъде 45 км?

23. За коя стойност на параметъра k уравнението $11k - x = 1 - kx$ е равносилно на уравнението

$$\frac{\left(x + \frac{1}{2}\right)^2}{2} + \frac{5x^2 - 16x}{6} = 2 + \frac{\left(\frac{1}{2} - 2x\right)^2}{3} + \frac{1}{8}$$

24. Да се докаже, че средното аритметично на третите степени на три последователни цели числа се дели на три (средното аритметично на три числа е равно на техния сбор, разделен на три).

25. Даден е триъгълник $\triangle ABC$ с височина CH ($H \in AB$) и ъглополовяща AP ($P \in BC$), пресичащи се в точка D.

- а) намерете големината на $\angle BAC$, ако $\angle ABC = 50^\circ$ и $CD = CP$;
б) ако $AP = CH$ и права през D, успоредна на АВ пресича AC в точка Q като $QC = 2 \cdot QA$, докажете, че $\triangle ABC$ е равностранен.