

ОБЩИНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО МАТЕМАТИКА
28.02.2010г.

VII клас

Зад.1 Даден е изразът $A = \left(-x - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}x - 1\right)^2 - 3\left(1 + \frac{1}{2}x\right)\left(\frac{1}{2}x - 1\right)$.

- а) Намерете стойността на променливата x , за която $A = \frac{1}{4}$;
- б) Намерете решенията на уравнението $|A - 0,25| = 2$;
- в) Решете уравнението $4a \cdot A = 1$, където a е параметър.

(7 точки)

Зад.2 Даден е $\triangle ABC$ ($AC > BC$). Ъглополовящите на вътрешния и външния ъгъл при върха C пресичат страната AB и нейното продължение съответно в точките D и E .

- а) Да се докаже, че $\angle ADC > \angle BEC$ и да се определи видът на $\triangle ADC$ според ъглите му;
- б) Ако P и Q са пресечните точки на ъглополовящата на $\angle BEC$ съответно с ъглополовящите на $\angle EDC$ и $\angle ADC$, то намерете ъглите на $\triangle PQD$.

(7 точки)

Зад.3 Ученик трябвало да реши определен брой задачи за 4 седмици. През първата седмица той решил $\frac{1}{6}$ от общия брой задачи и още 5 задачи. През втората – 20% от останалите и още 8 задачи. През третата седмица – 25% от новия остатък и още 9 задачи. За последната седмица му останало да реши $\frac{1}{3}$ от останалите задачи и още 12 задачи. Намерете колко общо задачи е решил ученикът и през коя седмица броят на решените задачи е най голям.

(7 точки)

Време за работа-4 часа.

Желаем Ви успех!

ОБЩИНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО МАТЕМАТИКА

28.02.2010г.

Примерни кратки решения на задачите и указания за оценяване

VII клас

Зад.1 а) $\left(-x - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}x - 1\right)^2 - 3\left(1 + \frac{1}{2}x\right)\left(\frac{1}{2}x - 1\right) = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x^2 + x + \frac{1}{4} - 1 + x - \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{4}x^2 + 3 = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow x = -1$ (3 точки); б) $|2x + 2| = 2 \Rightarrow x = 0$ или $x = -2$ (2 точки);

в) $4a\left(2x + \frac{9}{4}\right) = 1 \Rightarrow 8ax = 1 - 9a \Rightarrow x = \frac{1 - 9a}{8a}$ при $a \neq 0$ и уравн. няма решение при $a = 0$ (2 точки)

Зад.2 а) Нека $\angle ACB = \gamma \Rightarrow \angle BCM = 180^\circ - \gamma$ (съседен ъгъл на $\angle ACB$) (0,5 точки)

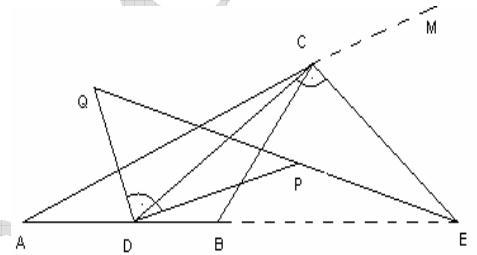
CD и CE - ъглополовящи по условие

$\Rightarrow \angle DCE = 0,5 \cdot \gamma + 0,5 \cdot (180^\circ - \gamma) = 90^\circ$ (1 точка)

$\angle ADC$ е външен ъгъл за $\triangle DEC$

$\Rightarrow \angle ADC > \angle DCE = 90^\circ$ (0,5 точки) и $\angle ADC > \angle BEC$ (0,5 точки)

$\Rightarrow \triangle ADC$ е тъпоъгълен (0,5 точки).



б) Аналогично се доказва, че $\angle QDP = 90^\circ$ (1,5 точки).

Нека $\angle BEC = 2x \Rightarrow \angle BEP = \angle CEP = x$ (0,5 точки) и $\angle CDE = 90^\circ - 2x$ (0,5 точки)

$\Rightarrow \angle PDE = 45^\circ - x$ (0,5 точки) $\Rightarrow \angle DPQ = 45^\circ - x + x = 45^\circ$ (свойство на външния ъгъл $\angle DPQ$ за $\triangle DEP$) (0,5 точки) $\Rightarrow \angle DQP = 45^\circ$ (0,5 точки).

Зад.3 Нека след третата седмица на ученика са му останали x задачи за решаване.

Следователно $\frac{1}{3}x + 12 = x$ или $x = 18$ задачи. Нека след втората седмица са му останали y задачи.

Тогава $25\%y + 9 + 18 = y$ или $y = 36$ задачи. Ако след първата седмица са му останали z задачи, то

$20\%z + 8 + 36 = z$ или $z = 55$ задачи. Ако броят на всички задачи е p , то $\frac{1}{6}p + 5 + 55 = p$ или $p = 72$

задачи. Следователно ученикът е решил 72 задачи (5 точки), а през всяка от седмиците е решавал съответно 17, 19, 18 и 18 задачи или най-много задачи е решил през втората седмица (2 точки).

/при моделиране с уравнение- за съставен и вярно решен математически модел (5 точки)/