

Национален кръг на “Европейско Кенгуру”

30 май 2008 г.

ТЕМА за 9-10 клас

Първите 5 задачи са с избираем отговор. След всяка от тях има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Шестата задача е със свободен отговор, а за седмата трябва да се опише решението. За даден верен отговор на първите 6 задачи се присъждат 5 точки. Седмата задача се оценява с 0–10 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути. Пожелаваме Ви успех!

1. Ако n е естествено число, с $n!$ (чете се “ n факториел”) означаваме произведението на естествените числа от 1 до n , т.е. $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$. Намерете остатъка при деление с 5 на числото $1! + 2! + 3! + \dots + 10!$.

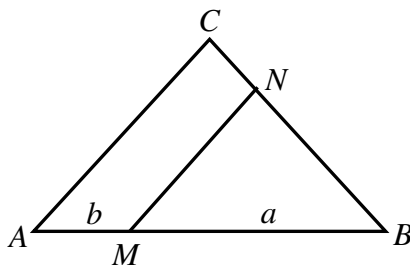
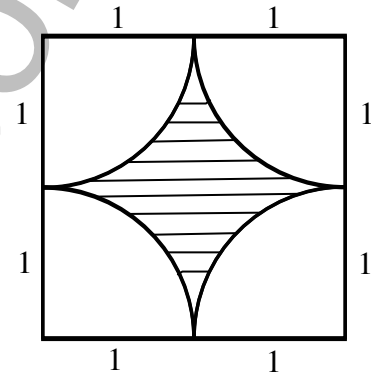
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. Даден е квадрат със страна 2 и четири четвъртинки от окръжности с радиус 1 и центрове във върховете на квадрата. Между кои от посочените числа се намира 100 пъти увеличеното лице на защрихованата част от фигурата на чертежа?

- A) 84 и 85 B) 85 и 86 C) 86 и 87

D) 87 и 88

E) 89 и 90



3. Върху страните AB и BC на $\triangle ABC$ са взети съответно точки M и N така, че $MN \parallel AC$. Да се намери стойността на $\frac{a}{b}$, ако $MB = a$, $AM = b$ и $S_{MBN} = \frac{1}{2} S_{ABC}$.

- A) 1 B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2} + 1$ D) $\sqrt{2} + 1$ E) 2

4. За положителните реални числа x и y е известно, че е вярна точно една от посочените по-долу зависимости. Коя е тя?

- A) $x^2 > 2y^2$ B) $x > 2y$ C) $x > y$ D) $x^2 > y^2$ E) $x > y^2$

5. Шестима делегати от 6 различни страни взимат участие в международен конгрес. Никой от тях не говори езика на останалите пет. На конгреса са осигурени n преводача, всеки от които знае по два езика. С помощта на преводачите всеки от делегатите може да разговаря с кой да е от останалите пет. Намерете възможно най-малката стойност на n .

- A) 15 B) 12 C) 6 D) 5 E) 3

6. Даден е квадратният тричлен $f(x) = ax^2 + bx + c$, коефициентите a , b и c на който са цели и сумата $a + b + c$ е просто число. Известно е, че съществува положително двуцифрено число A така, че $f(A) = 85$. Да се намерят корените на уравнението $f(x) = 0$, ако те са различни цели числа.

7. **Задача.** Естествените числа от 1 до 6 са разположени в 6-те квадратчета на таблицата така, че числата в квадратчетата с обща страна не са последователни. По колко различни начина може да се направи това?
