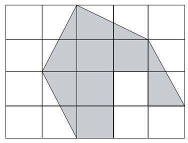
РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ НА ЗАДАЧИТЕ ЗА 5 КЛАС

Задача 1. Даден правоъгълник с размери 5 *см* и 0,4 *дм* е разделен на единични квадратчета. Каква част от правоъгълника е затъмнена?



Решение: 0,4 *дм* = 4 *см*. **(1 т.)** Лицето на правоъгълника е $5\times 4=20$ *кв. см*. **(1 т.)** Затъмнената част на правоъгълника съдържа 4 единични квадратчета и 4 правоъгълни тръгълника, всеки от които има катети с дължини 2 *см* и 1 *см*. **(2 т.)**. Лицето на един правоъгълен триъгълник с катети 2 *см* и 1 *см* е равно на 1 *кв. см*. **(1 т.)** Общото лице на затъмнената част е $4+4.1=8$ *кв. см* **(1 т.)**, което е $\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$ части от правоъгълника. **(1 т.)**

Задача 2. Намерете най-голямата и най-малката възможна стойност на израза

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}+\frac{e}{f}+\frac{g}{h}+\frac{l}{m},$$

където a, b, c, d, e, f, g, h, l и m са различни цифри.

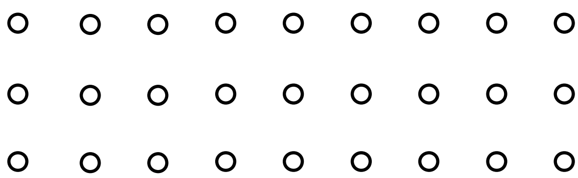
Решение: В израза се използват 10 различни цифри, т.е. използват се всичките цифри от 0 до 9 **(1 т.)**. Числото 0 трябва да е числител на някоя от дробите. **(1 т.)** При търсене на най-голямата стойност останалите 4 числителя трябва да са най-големите цифри, т.е. 9, 8, 7 и 6. **(1 т.)** По-голям сбор се получава, когато на по-голям числител отговаря по-малък знаменател. **(1 т.)** Следователно търсената най-голяма стойност на израза е

$$\frac{9}{1}+\frac{8}{2}+\frac{7}{3}+\frac{6}{4}+\frac{0}{5}=\frac{9.12+8.6+7.4+6.3}{12}=\frac{108+48+28+18}{12}=\frac{202}{12}=\frac{101}{6}.\ \textbf{(1 т.)}$$

При търсене на най-малката стойност четирите ненулеви числителя трябва да са най-малките ненулеви цифри, т.е. 1, 2, 3 и 4. Освен това, по-малък сбор се получава, когато на по-голям числител отговаря по-голям знаменател. **(1 т.)** Следователно търсената най-малка стойност на израза е

$$\frac{0}{5}+\frac{1}{6}+\frac{2}{7}+\frac{3}{8}+\frac{4}{9}=\frac{84+2.72+3.63+4.56=}{504}=\frac{84+144+189+224}{504}=\frac{641}{504}.\ \textbf{(1 т.)}$$

Задача 3. Цветна леха съдържа 27 рози, част от които са червени, а останалите са жълти. Лехата е с формата на правоъгълник, като разстоянията между съседните рози на трите реда и деветте колони са едни и същи.



Да се докаже, че съществува правоъгълник, върховете на който са рози с един и същи цвят.

Решение:

●	○	●	●	●	○	○	○
●	●	○	●	○	●	○	○
●	●	●	○	○	○	●	○
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**

Нека черните кръгчета изобразяват червените рози, а белите кръгчета – жълтите рози. Разполагането на червени рози в една колонка от 3 рози може да стане по 8 различни начина, както е показано. **(2 т.)** Тъй като в цветната леха има 9 колонки, то в поне 2 колонки разположението на червените рози ще бъде едно и също. **(2 т.)** Ако двете еднакви колонки са измежду тези с номера 1, 2, 3 или 4, то ще има правоъгълник, върховете на който са червени рози. **(2 т.)** Ако двете еднакви колонки са измежду тези с номера 5, 6, 7 или 8, то ще има правоъгълник, върховете на който са жълти рози. **(1 т.)**

Задачите са предложени, както следва:
зад. 5.1 и зад. 5.2 – Тони Чехларова, зад. 5.3 – Сава Гроздев