

## VIII състезание по математика "Свети Георги Победоносец" 14 май 2005г.

Време за работа 120 минути

Регламент: От предложените отговори на тестовите задачи точно един е верен. Верен отговор на задачи от 1 до 5 се оценява с 3 точки, на задачи от 6 до 10 с 4 точки, а на задачи от 11 до 15 с 5 точки. За грешен отговор се отнема по 1 точка. "Друг отговор" се приема за верен само при отбелязан резултат. Пълното решение на задачата на Св. Георги Победоносец се оценява с 25 точки.

**1 зад.** Кои са всички възможни стойности на числото  $a$ , ако  $|a| = -a$

- а)  $a \leq 0$ ;                      б)  $a \geq 0$ ;                      в)  $a=0$ ;                      г) няма такава  $a$ .

**2 зад.** Числото  $a^2 \in (-3;16)$ . Колко са възможните стойности на цялото число  $a$ ?

- а) 5;                      б) 7;                      в) 9;                      г) безброй много.

**3 зад.** За  $x = -\frac{8}{9}$ , числената стойност на израза

$$A = (1-x)^3 + 2(2-x)(x+2) - (x+3)^2 + (x-2)(x^2 + 2x + 4) \text{ е:}$$

- а) 0;                      б)  $\frac{8}{9}$ ;                      в)  $\frac{16}{9}$ ;                      г)  $-\frac{16}{9}$ .

**4 зад.** В правоъгълна координатна система са дадени точките  $A(3; -2)$ ,  $B(1;1)$  и  $C(-3;1)$ . Лицето на  $\triangle ABC$  е:

- а) 10 кв.м.ед.;                      б) 7 кв.м.ед.;                      в) 6 кв.м.ед.;                      г) 8 кв.м.ед.

**5 зад.** Външните ъгли при върховете  $A$  и  $B$  и вътрешния при върха  $C$  на  $\triangle ABC$  се отнасят както  $3:4:1$ . Отношението  $\sphericalangle BAC : \sphericalangle ABC : \sphericalangle BCA$  е:

- а) 1:2:3;                      б) 3:2:1;                      в) 1:4:3;                      г) 3: 4: 1.

**6 зад.** Автомобил се движил 120 km със скорост 60 km/h и още 60 km със скорост 50 km/h. Средната скорост за целия път е:

- а) 55 km/h;                      б) 56,25 km/h;                      в) 60 km/h;                      г) 57,5 km/h.

**7 зад.** Корените на уравнението  $\left|(-2x+1)^2 - (2x-3)(3+2x)\right| = 10$  са:

- а) 5;                      б)  $\pm 5$ ;                      в)  $-5$  и  $0$ ;                      г)  $0$  и  $5$ .

**8 зад.** Сборът на вътрешните ъгли в един седемнадесетоъгълник е:

- а)  $15.180^\circ$ ;                      б)  $17.180^\circ$ ;                      в)  $16.180^\circ$ ;                      г)  $19.180^\circ$ .

**9 зад.** В  $\triangle ABC \sphericalangle ABC = 120^\circ$ . През  $A$  и  $B$  са построени прави, съответно перпендикулярни на  $AB$  и  $BC$ . Тези прави се пресичат в т. $D$ . Ако  $BC=2AD$ , то  $\sphericalangle ADC$  е:

- а)  $90^\circ$ ;                      б)  $105^\circ$ ;                      в)  $60^\circ$ ;                      г) зависи от дължините на страните.

**10 зад.** Броят на всички нечетни пет цифрени числа, които се делят на 5 е:

- а) 9000;                      б) 10000;                      в) 5000;                      г) друг отг.

**11 зад.** Ако  $a : b = 3 : 2$ , то  $\frac{\frac{1}{a} + b}{a + \frac{1}{b}}$  е равно на:

- а) 3:2;      б) 1:1;      в) 2:3;      г) зависи от стойностите на  $a$  и  $b$ .

**12 зад.** В страната Калпазания азбуката е съставена от 2 главни и 3 малки букви. Името на всеки калпазанин е от 5 букви, като започва и завършва с главна, а останалите 3 са малки. Колко са възможните различни имена (буквите могат да се повтарят):

- а) 124;      б) 60;      в) 108;      г) безброй много.

**13 зад.** Днес, 14.05.2005г. се провежда VIII състезание по математика "Св. Георги Победоносец". Коя е последната цифра на числото  $8^{2005}$ .

- а) 4;      б) 6;      в) 8;      г) друга.

**14 зад.** На дъската са написани числата 1 и 2. Всяко следващо число получаваме, като от предходното извадим това пред него. Получава се редицата 1; 2; 1; -1; .... Кое число стои на 2005-та позиция?

- а) 0;      б) 2005;      в) -1;      г) 1.

**15 зад.** Ако  $ab = x$  и  $a + b = y$ , то  $a^3 + b^3 - (a^2 + b^2)$  е:

- а)  $y^3 - y^2$ ;      б)  $y^3 - y^2 - 3xy + 2x$ ;  
в)  $y^3 + x^3 - y^2 - x^2$ ;      г)  $y^3 + 3xy + x^3$ .

**Задача на Свети Георги Победоносец:**

Даден е  $\triangle ABC$ , за който  $\sphericalangle BAC : \sphericalangle ABC : \sphericalangle BCA = 1 : 3 : 8$ . Симетралата на  $AC$  пресича  $AB$  в т.  $D$ , а  $CH$  е височина.

- а) Намерете ъглите на  $\triangle ABC$ ;      б) Ако  $HB = a$  намерете  $AD$ ;  
в) За колко време ще се измени начупената линия  $ADCHB$ , ако  $a$  km се изминават за  $x$  часа, където  $x$  е корен на уравнението:

$$(2x + 5)^2 - 3(x - 1)(x + 1) = 5\left(4x + 10\frac{3}{5}\right)$$