

Общински кръг на LVIII Републиканска олимпиада по математика
15 март 2009 година – София

6. клас

1. Пресметнете стойността на израза $A = \frac{|a-x|}{5} - \frac{|-a+2x|}{2}$, където

$$a = \frac{-5 : \left(-\frac{1}{7}\right) + 2,1 : (-0,3)}{5 : \left(-\frac{1}{3}\right) - 2 : (-0,25)},$$
 а x е числото, за което е вярно

равенството $-3\frac{1}{3} \cdot 1,2 - x = 15\frac{3}{4} - 17,25$.

7 точки

2. а) Опростете израза $B = \frac{(2a)^3 \cdot (a^{-3})^2}{a^{-5}}$ и намерете стойността му при $a = -0,1$.

3 точки

б) Намерете числото n , за което е вярно равенството

$$\left(\frac{2}{7}\right)^{n-4} \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^{-n} = \frac{2 \cdot 7^2 \cdot 2^9}{14^4 \cdot 7^4}.$$

4 точки

3. Основата на права четириъгълна призма е успоредник със страни a и b и височини към тях $h_a = 4$ cm и $h_b = 6$ cm.

а) Намерете обема на призмата, ако $b = 5$ cm и лицето на околната ѝ повърхнина е равно на 175 cm².

4 точки

б) Намерете лицето на околната повърхнина на призмата, ако обемът ѝ е равен на 180 cm³.

3 точки

6. Клас

1. Пресметнете стойността на израза $A = \frac{|a-x|}{5} - \frac{|-a+2x|}{2}$, където

$$a = \frac{-5 : \left(-\frac{1}{7}\right) + 2,1 : (-0,3)}{5 : \left(-\frac{1}{3}\right) - 2 : (-0,25)}, \text{ а } x \text{ е числото, за което е вярно равенството}$$

$$-3\frac{1}{3} \cdot 1,2 - x = 15\frac{3}{4} - 17,25. \quad \text{7 точки}$$

Намерено:

$$a = -4 \quad \text{2 точки}$$

$$x = -2,5 \quad \text{3 точки}$$

$$A = -0,2. \quad \text{2 точки}$$

Забележка: Ако вярно намира стойността на A , работейки с грешни стойности на a и x , да се присъждат предвидените точки.

2. а) Опростете израза $B = \frac{(2a)^3 \cdot (a^{-3})^2}{a^{-5}}$ и намерете стойността му при $a = -0,1$.

3 точки

б) Намерете числото n , за което е вярно равенството $\left(\frac{2}{7}\right)^{n-4} \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^{-n} = \frac{2 \cdot 7^2 \cdot 2^9}{14^4 \cdot 7^4}$.

4 точки

а) За опростяване на израза до $B = 8a^2$ 2 точки
За намиране, че при $a = -0,1$ $B = 0,08$ 1 точка

б) За опростяване на всяка от страните на равенството до $\left(\frac{2}{7}\right)^{n-4+n} = \left(\frac{2}{7}\right)^6$ – по 1,5 точки

Намиране $n = 5$ 1 точка

3. Основата на права четириъгълна призма е успоредник със страни a и b и височини към тях $h_a = 4$ cm и $h_b = 6$ cm.

а) Намерете обема на призмата, ако $b = 5$ cm и лицето на околната и повърхнина е равно на 175 cm². 4 точки

б) Намерете лицето на околната повърхнина на призмата, ако обемът и е равен на 180 cm³. 3 точки

Намерено:

а) лицето на основата $B = 30$ cm² 1 точка

$a = 7,5$ cm 1 точка

периметъра на основата $P = 25$ cm 0,5 точки

височината на призмата $h = 7$ cm 1 точка

обема на призмата $V = 210$ cm³ 0,5 точки

б) От $V = a \cdot h_a \cdot h \Rightarrow 180 = a \cdot h \cdot 4 \Rightarrow a \cdot h = 45$ cm² 1 точка

От $V = b \cdot h_b \cdot h \Rightarrow 180 = b \cdot h \cdot 6 \Rightarrow b \cdot h = 30$ cm² 1 точка

$S = 150$ cm² 1 точка