

59^{-та} НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ – 28.02.2010 г.
VIII клас

1 зад. Даден е изразът $f(x) = (x-1)^2 - x \cdot (x+6)$

а) Да се построи графиката на функцията $y = f(x)$, ако $-1 < x \leq 2$ и да се намерят координатите на пресечните точки на графиката с координатните оси;

б) Да се пресметне стойността на израза:

$$B = f(-2) \cdot f\left(\frac{3}{4}\right) - f(0) : f\left(\frac{3}{16}\right)$$

в) За кои стойности на параметъра m уравненията

$$f(x) = 0 \text{ и } \frac{x+m}{2} = -m+1 \text{ са равносилни?}$$

7 точки

2 зад. Диагоналите на успоредника $ABCD$ се пресичат в точка O . Точките M и N са средите съответно на страните AB и BC .

а) Ако P е средата на страната CD и $\angle AOB = 100^\circ$, да се намери $\angle MNP$.

б) Да се докаже, че точка O е медицентър на $\triangle MND$.

7 точки

3 зад. а) Да се намерят стойностите на параметъра m , за които уравнението $(m-1)x^2 + (m+4)x + m+7 = 0$ има равни корени.

б) Точката M е среда на страната AB на успоредника $ABCD$. Постройте точка P , така че $\overline{DP} = n \cdot \overline{DM}$, където n е по-голямата стойност на m от а), и докажете че C , B и P лежат на една права.

7 точки

Време за работа – 4 часа

Желаем Ви успех!

59-та НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
 ОБЩИНСКИ КРЪГ – 28.02.2010 г.

КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНКА

VIII клас

1зад. $f(x) = -8x + 1$ 1 точка

а) построяване на графиката и намиране координатите на пресечните

точки $A(0;1)$ и $B\left(\frac{1}{8};0\right)$ 1 точка

б) $f(-2) = 17$; $f\left(\frac{3}{4}\right) = -5$; $f(0) = 1$; $f\left(\frac{3}{16}\right) = -\frac{1}{2}$ 1 точка

$B = -83$ 1 точка

в) $x = -3t + 2$ 1 точка

$t = \frac{5}{8}$ 2 точки

2зад. а) MN средна отсечка; $MN \parallel AC$ 1 точка

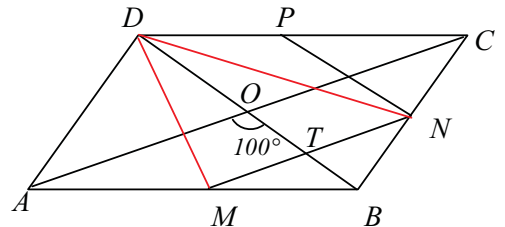
PN средна отсечка; $PN \parallel BD$ 1 точка

$\angle MNP = 80^\circ$ 1 точка

б) Точка T среда на OB 1 точка

Точка T среда на MN 1 точка

$OT = x$; $OD = 2x$; т. O медицентър 2 точки



3зад. а) Определяне на дискриминантата на уравнението:

$(m + 4)^2 - 4 \cdot (m - 1) \cdot (m + 7) = 0$ 1 точка

Преобразуване и намиране на решенията на уравнението

$-3m^2 - 16m + 44 = 0$ $m_1 = -\frac{22}{3}$ и $m_2 = 2$ 2 точки

б) Определяне на $n = 2$ и построяване на $\overline{DP} = 2 \cdot \overline{DM}$ 1 точка

Изразяване на $\overline{BP} = \overline{BM} + \overline{MP}$ 1 точка

Изразяване на $\overline{CP} = \overline{CD} + \overline{DP} = \overline{BA} + \overline{DP} = 2\overline{BM} + 2\overline{MP} = 2(\overline{BM} + \overline{MP})$ 1 точка

Определяне, $\overline{CP} = 2\overline{BP}$, следователно лежат на една права 1 точка