



МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – ПЛОВДИВ

4000 Пловдив, ул. "Цариград" № 1, тел.: 032/631-843, 032/628-980, факс: 032/631-847, www.rio-plovdiv.com, e-mail: info@rio-plovdiv.com

59^{-та} НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ – 28.02.2010
VII клас

Зад 1. а) Да се реши уравнението $\frac{1-2x^2}{2} - \frac{1}{3}\left(1 - \frac{3x-2}{2}\right) = \frac{(x-1)^3 - (x+1)^3}{6}$

(4 точки)

б) Да се докаже, че за всяка стойност на променливите x и y многочленът $B = 9x^2 + \frac{5}{4}y^2 - 3xy - 2y + 9$ приема само положителни стойности.

(3 точки)

Зад 2. Автобус трябва да измине разстоянието от град А до град В за определено време. Два часа след тръгването си той забелязал, че е изминал 120 км и ако продължи да се движи със същата скорост ще пристигне в град В със закъснение от 15 минути. Затова увеличил скоростта си с 25% и пристигнал в град В 25 мин. преди определеното време. Да се намери разстоянието между двата града и определеното време, за което автобусът е трябвало да измине това разстояние.

(7 точки)

Зад 3. Даден е равнобедреният $\triangle ABC$ ($AC = BC$). През пресечната точка O на ъглополовящите на ъглите ABC и ACB е построена права, успоредна на BC , която пресича страните AB и AC на триъгълника ABC , съответно в точките M и N .

а) да се намери дължината на страната BC , ако периметъра на $\triangle ABC$ е с 12 см по-голям от периметъра на $\triangle AMN$;

(3 точки)

б) Да се намерят ъглите на $\triangle ABC$, ако симетралата на отсечката AM пресича AM в точка P и AO в точка Q , като $QP = \frac{1}{2}AQ$ и да се докаже, че $\triangle ONC \cong \triangle OMB$

(4 точки)

Време за работа - 4 часа.

Желаем Ви успех!

Критерии за оценка – 7 клас

Зад 1. а) Привеждане под общ знаменател.....1 точка

Прилагане на формулите за съкратено умножение и разкриване на скоби.....2 точки

Намиране на решението $x = -\frac{1}{3}$ 1 точка

б) Преобразуване на израза и отделяне на точните квадрати

$B = \left(3x - \frac{1}{2}y\right)^2 + (y-1)^2 + 8$ 2 точки

Извод.....1 точка

Зад 2. Определяне на първоначалната скорост ($v_1 = 60\text{км/ч}$).....1 точка

Определяне на новата скорост ($v_2 = 75\text{км/ч}$).....1 точка

Въвеждане на неизвестно и съставяне на уравнение.....2 точка

Решаване на уравнението и намиране на неизвестното.....1 точка

Намиране на разстоянието ($S = 320\text{км}$).....1 точка

Намиране на определеното време
($t = 5$ часа и 5 мин.).....1 точка

Зад 3. а) Доказване, че $\triangle OCN$ е равнобедрен..... 1 точка

Доказване, че $\triangle MBO$ е равнобедрен..... 1 точка

Изразяване на връзката между периметрите и намиране на $BC = 12$ см... 1 точка

б) Доказване, че AO е ъглополовяща..... 1 точка

Намиране, че $\sphericalangle QAP = 30^\circ$ 1 точка

Намиране ъглите на $\triangle ABC$ 1 точка

Доказване, че $\triangle ONC \cong \triangle OMB$ 1 точка