МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
Регионален инспекторат по образованието - гр. Ловеч
ул. “Търговска” 43, ет.10, ☎ (068) 603806, факс (068) 603807
http://rio-lovech.hit.bg e-mail: rio_lovech@yahoo.com

58-ма НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ
15.03.2009г.

VIII клас

1зад. а) Един от корените на уравнението $x^2 + px - 18 = 0$ е равен на -9. Намерете коефициента p и другия корен.

б) Определете допустимите стойности на променливата x в израза

$$A = \left(\frac{2x+2}{x^2+2x} + \frac{x}{2x+4}\right).\frac{2x+2}{x+2} - \frac{1}{x}$$

и докажете, че стойността на A не зависи от стойностите на x.

7 точки

2зад. Дадени са линейните функции $f(x) = -2x + b$ и $g(x) = ax + 3$.

а) Определете параметрите a и b, ако знаете, че графиката на $f(x)$ пресича ординатната ос в точка A с ордината -5, а графиката на $g(x)$ е успоредна на графиката на функцията $h(x) = 6x + 20$.

б) Постройте графиките на функциите $f(x)$ и $g(x)$. Ако графиката на $g(x)$ пресича графиката на $f(x)$ и абсцисната ос съответно в точки B и C, намерете лицето на ΔOBC, където O е началото на координатната система.

7 точки

3зад. Височините BB_1 и CC_1 на остроъгълния ΔABC се пресичат в точка H. Ако M, N и P са среди съответно на отсечките BC, HB и HC, докажете, че:

а) $MB_1 = MC_1$;

б) $\sphericalangle MNC_1 = \sphericalangle MPB_1$.

7 точки

До областен кръг ще бъдат допуснати тези ученици, на които броят на точките е най-малко 16.
Време за работа – 4 часа.

Желаем Ви успех!

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
Регионален инспекторат по образованието - гр. Ловеч
ул. “Търговска” 43, ет.10, ☎ (068) 603806, факс (068) 603807
http://rio-lovech.hit.bg e-mail: rio_lovech@yahoo.com

58$^{\text{-ма}}$ НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ
15.03.2009г.

КРАТКИ РЕШЕНИЯ И УПЪТВАНИЯ

VIII клас

1зад. а) Определяне на коефициента *p:* $81 - 9p - 18 = 0$, $p = 7$ *1 точка*

Получаване на квадратното уравнение $x^2 + 7 \,.\, x - 18 = 0$ и намиране на корените му $x_1 = 2$ и $x_2 = -9$ *2 точки*

б) Преобразуване на

$$A = \left(\frac{2x+2}{x^2+2x} + \frac{x}{2x+4}\right).\frac{2x+2}{x+2} - \frac{1}{x} = \left(\frac{2x+2}{x(x+2)} + \frac{x}{2(x+2)}\right).\frac{2x+2}{x+2} - \frac{1}{x} =$$

$$= \frac{2.(2x+2)+x^2}{2x(x+2)}.\frac{2.(x+1)}{x+2} - \frac{1}{x} = \frac{(4x+4+x^2)(x+1)}{x(x+2)^2} - \frac{1}{x} =$$ *3 точки*

$$= \frac{(x+2)^2.(x+1)}{x(x+2)^2} - \frac{1}{x} = \frac{x+1-1}{x} = \frac{x}{x} = 1$$

Определяне на ДС $x \neq 0, x \neq -2$ *1 точка*

2зад. а) Определяне на *b* от *f(0)* $= -2.0 + b = -5$, $b = -5$ *1 точка*

Определяне на $a = 6$ *1 точка*

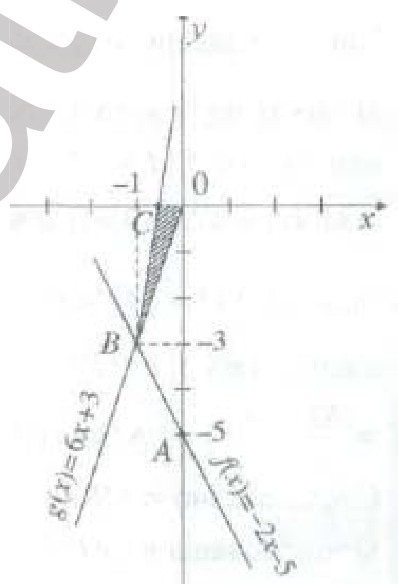
б) Построяване графиката на функцията *f(x)* $= -2x - 5$ *1 точка*

Построяване графиката на функцията *g(x)* $= 6x + 3$ *1 точка*

Намиране координатите на точка $C(-0,5;\ 0)$ *0,5 точки*

Намиране координатите на точка $B\ (-1;\ -3)$ *1,5 точки*

Намиране лицето на ΔOBC $S_{OBC} = \dfrac{OC.|y_B|}{2} = \dfrac{0,5.3}{2} = 0,75$ кв. м. ед. *1 точка*



3зад. а) Намиране, че B_1M и C_1M са медиани към общата хипотенуза BC на правоъгълните триъгълници BB_1C и BC_1C. *1 точка*

Доказване, че $MB_1 = MC_1 = \frac{1}{2}.BC$ *2 точки*

(*свойство на медианата в правоъгълен триъгълник*)

б) Определяне че, $B_1P = \frac{1}{2}HC$ – медиана към хипотенузата на правоъгълния триъгълник HB_1C *0,5 точки*

Определяне, че $MN = \frac{1}{2}HC$ – средна отсечка в ΔHCB *0,5 точки*

Извод, че $B_1P = MN$ (1) *0,5 точки*

Аналогично доказателство, че $MP = C_1N$ (2) *1,5 точки*

Извод от (1), (2) и $MB_1 = MC_1$, че $\Delta B_1PM \cong \Delta MNC_1$ и $\angle MPB_1 = \angle MNC_1$ като съответни в тези триъгълници. *1 точка*