



РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

LVIII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
НАЦИОНАЛЕН КРЪГ
29 май 2009 г.

Тема за 7 клас

Задача 1. Ако p и q са прости числа, по-големи от 3, да се докаже, че числото $M = 7p^2 - 5q^2 - 2$ се дели на 24.

Задача 2. Дадени са два правоъгълника $ABCD$ и $AMNP$, такива че $AM = AD$ и $AP = AB$. Ако точката M лежи на страната BC , а страните CD и MN се пресичат в точка Q , да се докаже, че $QB = QP$.

Задача 3. Квадратна таблица 4×4 ще наричаме „латинска“, ако във всяка клетка на таблицата е записана по една от цифрите 1, 2, 3 или 4, като във всеки ред и стълб всяка от цифрите се среща само веднъж. Латинската таблица наричаме *оцветима*, ако клетките могат да се оцветят в синьо, червено, жълто или зелено, така че във всеки ред и стълб да няма две едноцветни клетки и всяка от цифрите се среща в таблицата само в разноцветни клетки. (Например цифрата 2 не може да се среща в две сини клетки.)

- Дайте примери за оцветима таблица и за латинска таблица, която не е оцветима.
- Колко са всички оцветявания за дадена оцветима таблица?
- Колко са всички оцветими таблици?
- Колко са всички латински таблици, които не са оцветими?