

**58<sup>-ма</sup> НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА**  
**ОБЩИНСКИ КРЪГ**  
**15.03.2009г.**

**VII клас**

**1зад.** Разложете на прости множители израза  $A = 7x^2 - 63x + 140$ .

**а)** Докажете, че ако  $x$  е цяло число, то изразът  $A$  се дели на 14;

**б)** Нека  $m$  и  $n$  ( $m < n$ ) са стойностите на  $x$ , за които стойността на израза  $A$  е 0.

Пресметнете стойността на израза:  $M = \frac{2|m+n|}{3} - \frac{5|-m|}{4} + \frac{4n}{|m|}$

**7 точки**

**2зад.** На конкурсен изпит в едно училище се явили определен брой ученици. От тях 10% получили слаба оценка. Броят на учениците, получили отлична оценка, представлява  $\frac{1}{3}$  от броя на учениците, получили слаба оценка. Останалите ученици, явили се на изпит, са 520.

**а)** Намерете колко ученици са се явили на конкурсен изпит;

**б)** В училището са приети само ученици, получили отлични и много добри оценки. Намерете в колко паралелки са разпределени приетите ученици, ако се знае, че броят на учениците, получили оценка среден, добър и много добър, е в отношение 6 : 4 : 3, и броят на учениците в една паралелка е не по-голям от 30 и не по-малък от 26.

**7 точки**

**3зад.** Даден е  $\triangle ABC$ , в който  $AM$  ( $M \in BC$ ) и  $BN$  ( $N \in AC$ ) са ъглополовящи. Ако  $MN$  е успоредна на  $AB$  и  $\angle AMN$  е  $36^\circ$  по-малък от  $\angle BAC$ , то:

**а)** намерете ъглите на  $\triangle AMN$ ;

**б)** намерете ъглите на  $\triangle ABC$  и изразете дължината на отсечката  $NM$  в сантиметри, ако знаете, че  $P_{ABMN} = 28$  см и  $AB = c$  см.

**7 точки**

*До областен кръг ще бъдат допуснати тези ученици, на които броят на точките е най-малко 16.*

*Време за работа – 4 часа.*

**Желаем Ви успех!**

58<sup>-ма</sup> НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА  
ОБЩИНСКИ КРЪГ  
15.03.2009г.

КРАТКИ РЕШЕНИЯ И УПЪТВАНИЯ

VII клас

**1зад.** Разлагане на  $A = 7x^2 - 63x + 140 =$

$$= 7 \cdot (x^2 - 9x + 20) = \quad 0,5 \text{ точки}$$

$$= 7 \cdot (x^2 - 5x - 4x + 20) = \quad 0,5 \text{ точки}$$

$$= 7 \cdot (x \cdot (x - 5) - 4 \cdot (x - 5)) = \quad 0,5 \text{ точки}$$

$$= 7 \cdot (x - 4) \cdot (x - 5) = \quad 0,5 \text{ точки}$$

**а)** Ако  $x$  е цяло число, то  $(x - 4)$  и  $(x - 5)$  са последователни цели числа и точно едно от тях се дели на 2. Тъй като  $A = 7 \cdot (x - 4) \cdot (x - 5)$ , то  $A$  се дели на 7.2, т.е. на 14.

2 точки

**б)** Стойността на  $A = 7 \cdot (x - 4) \cdot (x - 5)$  е 0, ако поне един от множителите  $(x - 4)$  или  $(x - 5)$  е равен на 0.

1 точка

Определяне на  $m = 4$  и  $n = 5$  ( $m < n$ )

1 точка

Намиране стойността на  $M = \frac{2 \cdot |4 + 5|}{3} - \frac{5 \cdot |-4|}{4} + \frac{4 \cdot 5}{|4|} = 6$

1 точка

**2зад. а)** Изразяване на броя на учениците, получили слаба оценка -  $10\% \cdot x$  и броя на учениците, получили отлична оценка -  $\frac{1}{3} \cdot 10\% \cdot x$

1 точка

Съставяне на модел (уравнение)  $10\% \cdot x + \frac{1}{3} \cdot 10\% \cdot x + 520 = x$

1 точка

Намиране на броя на учениците, които са се явили на конкурсен изпит  $x = 600$

1 точка

**б)** Намиране броя на учениците със слаби оценки -  $10\% \cdot 600 = 60$  и броя на учениците с отлични оценки  $\frac{1}{3} \cdot 60 = 20$

1 точка

Съставяне на  $6y + 4y + 3y = 520$  и намиране на  $y = 40$

1 точка

Намиране броя на учениците с много добри оценки  $3 \cdot 40 = 120$

1 точка

Намиране, че 140 ученици с отлични и много добри оценки ще се разпределят в 5 паралелки

1 точка

**3зад. а)**  $\angle AMN$  и  $\angle BAM$  са кръстни, следователно са равни, но  $\angle BAM = \angle NAM$  ( $AM$  ъглополовяща) то  $\angle AMN = \angle NAM$  (фиг. 1)

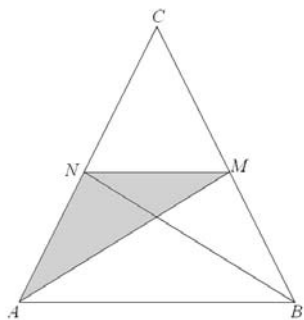
1 точка

Намиране на  $\angle AMN = \angle NAM = 36^\circ$ ;  $\angle AMN + 36^\circ = \angle BAC = 2 \cdot \angle AMN$

1 точка

Намиране на  $\angle ANM = 108^\circ$

0,5 точки



фиг.1

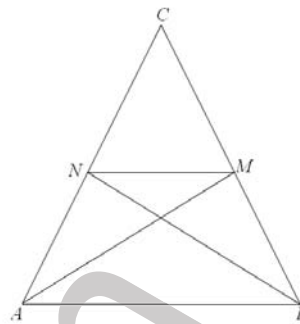
б) За доказване, че  $AN = NM = BM$

За доказване, че  $\angle BAC = \angle ABC = 72^\circ$

За намиране на  $\angle ACB = 36^\circ$

Определяне на  $NM = \frac{28-c}{3}$

(фиг. 3)



фиг. 3

1,5 точки

1,5 точки

0,5 точки

1 точка

math-bg.com