

58^{-ма} НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩНСКИ КРЪГ
15.03.2009г.

VI клас

1зад. а) Намерете стойностите на изразите m и n , ако:

$$m = \frac{-|a-b|}{2} - \frac{2+|a+2b|}{3} - \frac{4(|a|+|b|)}{|a-b|} \text{ при } a = \frac{x}{|x|}, \text{ където } x < 0 \text{ и } b = 6 \cdot \left| -\frac{1}{6} \right|, \text{ а}$$

$$n = \frac{|-2009|}{2009} + \frac{-8,5 : (-0,17)}{(-7,32 + 2,82) : (-9)} - 107. \text{ Сравнете } m \text{ и } n.$$

б) В правоъгълна координатна система Oxy изобразете точките $M(0; -6)$, $N(-6; 0)$, $P(6; -6)$ и намерете $S_{\triangle MNP}$.

7 точки

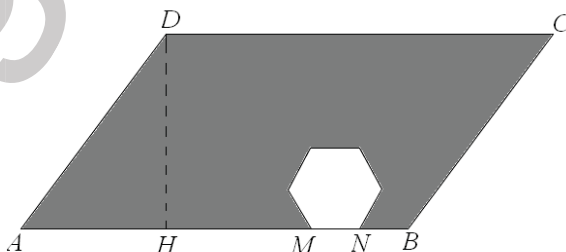
2зад. Обиколката на успоредник $ABCD$ е 68 см, а страната му AB е с 14 см по-дълга от страната AD . Височината DH на успоредника към страната му AB е 8,7 см.

а) Намерете дължините на страните и лицето на успоредника $ABCD$.

б) Върху страната AB на успоредника е взета отсечка

$MN = \frac{1}{8} AB$. От успоредника е изрязан правилен

шестоъгълник със страна MN и апотема 2,6 см. Намерете лицето на оцветената част от успоредника.



7 точки

3зад. Аквариум има форма на права четириъгълна призма. Височината на налятата вода в него е с 20 см по-малка от височината на призмата. Лицето на основата на призмата е 72 дм^2 . Диагоналите на четириъгълника, който е основа на призмата, са перпендикулярни. Единият диагонал има дължина 9 дм, а другият има дължина, два пъти по-голяма от височината на призмата. Колко най-много рибки могат да се отгледат в аквариума, ако за една рибка са необходими 4 л вода?

7 точки

До областен кръг ще бъдат допуснати тези ученици, на които броят на точките е най-малко 16.

Време за работа – 4 часа.

Желаем Ви успех!

58^{-ма} НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩНСКИ КРЪГ
15.03.2009г.

КРАТКИ РЕШЕНИЯ И УПЪТВАНИЯ

VI клас

- 1зад. а)** Намиране $a = -1$ 0,5 точки
 Намиране $b = 1$ 0,5 точки
 Намиране $m = -6$ 1,5 точки
 Намиране $n = -6$ 1,5 точки
 Сравняване $m = n = -6$ 0,5 точки
- б)** Изобразяване на $M(0; -6)$ 0,5 точки
 Изобразяване на $N(-6; 0)$ 0,5 точки
 Изобразяване на $P(6; -6)$ 0,5 точки
 Намиране $S_{\triangle MNP} = 18$ кв. м. ед. 1 точка
- 2зад. а)** Съставяне на уравнение за страните на успоредника и намирането на
 $AB = CD = 24$ см и $AD = BC = 10$ см 2,5 точки
 Намиране на лицето на успоредника $S_{ABCD} = AB \cdot DH = 208,8$ см² 1 точка
- б)** Намиране на $MN = 3$ см. 0,5 точки
 Намиране лицето на шестоъгълника $B = \frac{1}{2} n \cdot b \cdot a = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 \cdot 2,6 = 23,4$ см² 2 точки
 Намерете лицето на оцветената част от успоредника $S = 208,8 - 23,4 = 185,4$ см² 1 точка
- 3зад.** Нека аквариумът е изобразен с правата четириъгълна призма $ABCDMNPQ$ с основа $ABCD$, височина AM и височината на водата е AK .
- $$B_{ABCD} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ADC} = \frac{AC \cdot BO}{2} + \frac{AC \cdot DO}{2} = \frac{AC \cdot BD}{2} = 72.$$
- Тогава $\frac{9 \cdot BD}{2} = 72$, откъдето $BD = 16$ дм. 2 точки
- Следователно височината на призмата е $AM = 16 : 2 = 8$ дм. 1 точка
- Тъй като $MK = 20$ см = 2 дм, то височината на водата е $AK = 6$ дм. 1 точка
- Следователно обемът на водата е $V = B_{ABCD} \cdot AK = 432$ дм³, т.е. водата в аквариума е 432 л. 1,5 точки
- Тогава в аквариума могат да се отгледат най-много $\frac{432}{4} = 108$ рибки. 1,5 точки

