

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО –
СМОЛЯН

58^{-ма} НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ - 14.03.2009 г.

ТЕМА ЗА 12. КЛАС

1 зад. А) Да се реши системата:

$$\begin{cases} \alpha^3 + \beta^3 = 7 \\ \alpha \cdot \beta = -2 \end{cases}$$

Б) Да се намери най-голямата и най-малката стойност на $f(x) = \alpha_1 x^2 + 2x - \beta_1$, където α_1 и β_1 са решения на системата от подточка А) при което $\alpha_1 > 0 > \beta_1$ и $x \in [-1; 2]$.

2 зад. Около окръжност с радиус r е описан трапец ABCD, основата АВ на който сключва с бедрата ъли α и β . Да се намери:

А) лицето на трапеца;

Б) дължините на страните и диагоналите на трапеца, ако $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 1$ и $\operatorname{tg} \frac{\beta}{2} =$

$$\frac{1}{2}.$$

3 зад. Основата на пирамида ABCD е равнобедрен триъгълник ABC с бедра $AC = BC = a$ и $\angle ACB = \alpha$. Околният ръб DC сключва с основата също $\angle \alpha$, а ортогоналната проекция на върха D върху равнината на основата е ортоцентъра на $\triangle ABC$.

А) Да се намери обемът на пирамидата;

Б) Да се намери лицето на сечението на пирамидата с равнина, минаваща през ортоцентъра на основата на пирамидата и перпендикулярна на околния ръб DC.