



РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЛАСТЕН КРЪГ – 25 април 2009 г.

ТЕМА ЗА 5 КЛАС

Задача 1. Пресметнете $A + B$, ако

$A = 12,23 + 24,46 \cdot 0,526 \cdot \frac{1}{4} + 0,526 \cdot 24,46 \cdot 0,75 - 24,46 \cdot 0,25 \cdot 0,526 \cdot 4$ и B е най-малкото число, за което $\text{НОК}(40; B; 140) = 1680$.

Задача 2. Четирима приятели Георги, Ангел, Стоян и Иван имат общо 312 пощенски марки. Ангел има 2 пъти по-малко марки от Стоян и Иван, взети заедно, а Георги има 3 пъти повече от Ангел. Намерете по колко марки има всеки от приятелите, ако Стоян има 12 марки повече от Иван.

Задача 3. Двама играчи взимат последователно по една от общо 25 картички, номерирани с нечетните числа от 1 до 50. Правилата са следните: ако единият вземе картичка, номерирана с число X , другият трябва да вземе картичката с номер, равен на най-големия нечетен делител на числото $99 - X$. Губи играчът, който не може да направи ход. Колко картички най-малко могат да останат, когато играта завърши?

Всяка задача се оценява със 7 точки.

Време за работа 4 часа.

Пожелаваме Ви успех!

РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ НА ЗАДАЧИТЕ ЗА 5 КЛАС

Задача 1. $A = 12,23 + 24,46 \cdot 0,526 \cdot (0,25 + 0,75 - 4 \cdot 0,25) = 12,23$ (3 т.).

$\text{НОК}(40;140) = 2^3 \cdot 5 \cdot 7 = 280$ (1 т.). От $1680 : 280 = 6$ (1 т.) и $6 = 2 \cdot 3$ следва, че

$B = 2^4 \cdot 3 = 48$ (1 т.). Тогава $A + B = 12,23 + 48 = 60,23$ (1 т.).

Задача 2. Означаваме броя на марките на Иван с x . Тогава марките на Стоян са $x+12$ (1 т.), на Ангел са $(x+x+12):2 = x+6$ (1 т.), а на Георги са $3x+18$ (1 т.). От равенството $x+x+12+x+6+3 \cdot x+18 = 312$ (1 т.) намираме $x = 46$ (1 т.). Щом марките на Иван са 46, то на Стоян са 58, на Ангел са 52, а на Георги са 156 (2 т.).

Задача 3. Ако първият вземе картичка с номер 1, следват картички с номера 49, 25, 37, 31, 17, 41, 29, 35 (2 т.). Тъй като $99 - 35 = 64$, а 64 няма други нечетни делители освен 1, играта свършва и остават 16 картички. (1 т.) Същият резултат се получава и при начален избор на картичка с номер 49, както и на 25, 37, 31, 17, 41, 29 и 35, защото са в един цикъл (1 т.).

Първа карта	Цикъл	Брой оставащи карти
1, 17, 25, 31, 35, 37, 41, 49	1, 49, 25, 37, 31, 17, 41, 29, 35, 1	16
3	3, 3	24
5, 7, 13, 19, 23, 43, 47	5, 47, 13, 43, 7, 23, 19, 5	18
9, 27, 45	9, 45, 27, 9	22
11	11, 11	24
15, 21, 39	15, 21, 39, 15	22
33	33, 33	24

(2 т.) за резултатите в последните 6 реда на таблицата. Когато играта свърши, остават най-малко 16 картички. (1 т.)