

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕ – РУСЕ
57-ТА НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ - 15.03.2008г.

VIII клас

Задача 1. Да се опрости изразът $\left(\frac{4}{b^2+b} + \frac{2}{b^2-1} + \frac{1}{b-b^2}\right)(1+2b+b^2)$ и да се намери числената му стойност при $b = (1-\sqrt{6})^2 - \sqrt{150} + 2(\sqrt{54}-3)$.

7 точки

Задача 2. Точките M и N са средите съответно на основите AB и CD на трапеца $ABCD$, а точките P и Q са средите на диагоналите AC и BD на трапеца. Докажете, че $AD \perp BC \Leftrightarrow MN=PQ$.

7 точки

Задача 3. Даден е равнобедрен $\triangle ABC$ ($AC=BC$), за който $AD \perp BC$ (т. $D \in BC$). Ако точката I е центърът на вписаната окръжност в $\triangle ADC$, да се намери $\sphericalangle IAB$.

7 точки

До областен кръг ще бъдат допуснати тези ученици, на които броят на точките е най-малко 16.

Време за работа – 4 часа.

Желаем Ви успех!

57-ма НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЩИНСКИ КРЪГ - 15.03.2008 г.

ПРИМЕРНИ КРИТЕРИИ ЗА ПРОВЕРКА И ОЦЕНКА

VIII клас

Зад. 1 След опростяване изразът приема вида $\frac{5(b+1)}{b}$ **3 точки**

За намиране $b = 1 - \sqrt{6}$ **2 точки**

За получаване на числената стойност $4 - \sqrt{6}$ **2 точки**

Зад. 2 PN - средна отсечка в $\triangle ADC$, MQ - средна отсечка в $\triangle ADB \Rightarrow PN = MQ = \frac{1}{2} AD$ и $PN \parallel MQ \parallel AD \Rightarrow PMQN$ е успоредник **3 точки**

Нека $AD \perp BC \Rightarrow PN \parallel AD \perp NQ \parallel BC \Rightarrow PMQN$ е правоъгълник $\Rightarrow MN = PQ$ **2 точки**

Нека $MN = PQ \Rightarrow$ успоредник $PMQN$ е правоъгълник $\Rightarrow PN \perp QN \Rightarrow AD \parallel PN \perp BC \parallel NQ$ **2 точки**

Зад. 3 Тъй като $\sphericalangle IDB = 135^\circ$, достатъчно е да докажем, че $\sphericalangle IAB = 45^\circ$ **2 точки**

$$\sphericalangle IAB = \sphericalangle IAD + \sphericalangle DAB = \frac{1}{2}(90^\circ - \gamma) + \left(90^\circ - \frac{180^\circ - \gamma}{2}\right) =$$

$$= 45^\circ - \frac{\gamma}{2} + 90^\circ - 90^\circ + \frac{\gamma}{2} = 45^\circ$$
 4 точки

$\Rightarrow \sphericalangle IDB + \sphericalangle IAB = 135^\circ + 45^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ около $ABDI$ може да се опише окръжност. **1 точка**

