

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА  
РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕ – РУСЕ  
57-ТА НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА  
ОБЩИНСКИ КРЪГ - 15.03.2008 г.

VII клас

**Зад.1** За  $\triangle ABC$ ,  $\sphericalangle ABC=45^\circ$  и  $\sphericalangle ACB=75^\circ$ . Върху лъча  $BA$  е построена отсечката  $AM=2\cdot AB$  (т.А е между точките  $M$  и  $B$ ). Точка  $N$  е от правата  $CA$ , такава че  $CN=BN$  (т.А е между точките  $C$  и  $N$ ).

а) Докажете, че т.А лежи на симетралата на отсечката  $BN$ ;

3 точки

б) Намерете ъглите на  $\triangle MBC$ .

4 точки

**Зад. 2** Докажете, че разликата от квадратът на всяко нечетно число и числото 1 се дели на 8.

7 точки

**Зад.3** Да се докаже, че  $2007^{2008} - 1$  се дели на 10.

7 точки

*До областен кръг ще бъдат допуснати тези ученици, на които броят на точките е най-малко 16.*

*Време за работа – 4 часа.*

**Желаем Ви успех!**

57-ма НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА  
ОБЩИНСКИ КРЪГ - 15.03.2008 г.

ПРИМЕРНИ КРИТЕРИИ ЗА ПРОВЕРКА И ОЦЕНКА

VII клас

**Зад. 1** а) От  $BN=CN \Rightarrow \triangle BCN$  – равнобедрен и

$\sphericalangle NCB = \sphericalangle NBC = 75^\circ \Rightarrow \sphericalangle NBA = 30^\circ$  (1)  $\rightarrow$

1 точка

От  $\triangle ABC \Rightarrow \sphericalangle BAC = 60^\circ$  (външен за  $\triangle NBA$ )  $\Rightarrow \sphericalangle ANB = 30^\circ$  (2)

$\rightarrow$

1 точка

От (1) и (2)  $\Rightarrow \triangle NBA$  е равнобедрен  $\Rightarrow AN=AB \Rightarrow т. A \in S_{AB}$

1 точка

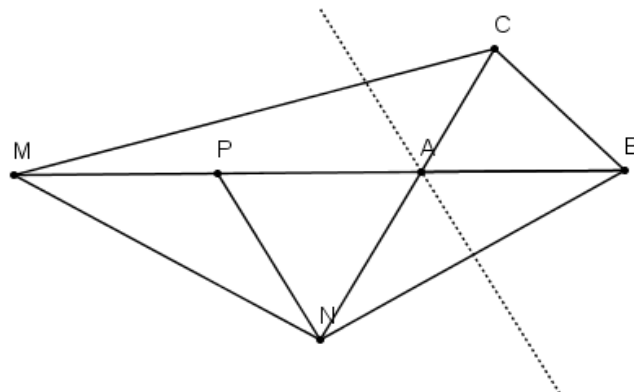
б) Да означим с т. P – средата на MA  $\Rightarrow MP=PA=AB$  (от усл.)

От а)  $\Rightarrow AN=AB \Rightarrow \triangle PNA$  равнобедрен с  $\sphericalangle PAN = 60^\circ \Rightarrow \triangle PNA$

е равностранен  $\rightarrow$  1 точка  $\Rightarrow \triangle MPN$  равнобедрен с външен  $\sphericalangle 60^\circ \Rightarrow \sphericalangle PMN = \sphericalangle PNM = 30^\circ \Rightarrow \triangle MBN$  е равнобедрен  $\rightarrow$  1 точка

По условие  $BN=CN \Rightarrow MN=CN \Rightarrow \triangle MCN$  е правоъгълен и равнобедрен  $\rightarrow$  1 точка  $\Rightarrow \sphericalangle MCN = 45^\circ$  и за  $\triangle MBC$  получаваме  $\sphericalangle MCB = 45^\circ + 75^\circ = 120^\circ$ , а  $\sphericalangle CMB = 15^\circ$ .

1 точка



**Зад. 2** Всяко нечетно число може да се представи във вида  $2n + 1$ ,  
където  $n$  е произволно естествено число

1 точка

$$(2n + 1)^2 - 1 = 4n^2 + 4n + 1 - 1 = 4n^2 + 4n$$

2 точки

За разлагането  $4n^2 + 4n = 4n(n + 1)$

2 точки

Произведението на всеки две последователни естествени числа се дели на 2  $\rightarrow$

1 точка

$\Rightarrow 4n(n + 1)$  се дели на  $2 \cdot 4 = 8$

1 точка

2  
9

3  
3

4  
1

5  
7

**зад.3**

Установяване на факта, че всяка степен на 7, кратна на 4 има последна цифра 1  $\rightarrow$

4 точки

$\Rightarrow 2007^4$  завършва на 1  $\Rightarrow (2007^4)^{1002} = 2007^{2008}$  завършва също на 1

2 точки

$\Rightarrow 2007^{2008} - 1$  завършва на 0  $\Rightarrow 2007^{2008} - 1$  се дели на 10.

1 точка