РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО-ВРАЦА
ОБЩИНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО МАТЕМАТИКА
18.03.2007г.

IX клас

<u>Зад. 1.</u> Да се опрости изразът $\dfrac{x^4 - x^3 - x + 1}{x^3 - 5x^2 + 7x - 3} . |x - 3|$.

(6 точки)

<u>Зад.2.</u> Дадено е квадратното уравнение $(a^2 + 1).x^2 + (2a^2 + a + 2).x + a^2 + a - 1 = 0$, в което a е реален параметър.

а) Да се докаже, че уравнението има два различни реални корена за всяка стойност на параметъра a, които не могат да бъдат противоположни числа.

(4 точки)

б)Нека x_1 и x_2 са корените на даденото уравнение. Да се намерят всички цели стойности, които може да приема изразът $|x_1 - x_2|$.

(4 точки)

<u>Зад. 3.</u> Да се намери лицето на трапеца ABCD с бедро BC=5, ако разстоянието от върховете A и D до правата BC са съответно 7 и 3.

(6 точки)

Време за работа-4 часа.

Желаем Ви успех!

РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО - ВРАЦА
ОБЩИНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО МАТЕМАТИКА
18.03.2007г.
Указание за проверка
IX клас

Зад.1. $x^3-5x^2+7x-3=(x-3)(x-1)^2 \Rightarrow x\neq 3, x\neq 1$. **(1 точка)**

Ако $x>3 \Rightarrow |x-3|=x-3 \Rightarrow$

M=$\dfrac{x^4-x^3-x+1}{x^3-5x^2+7x-3}\cdot|x-3|=\dfrac{(x-1)^2.(x^2+x+1)}{(x-3).(x-1)^2}.(x-3)=x^2+x+1$ **(2 точки)**

Ако x<3 $\Rightarrow |x-3|=-(x-3)\Rightarrow$

M=$\dfrac{x^4-x^3-x+1}{x^3-5x^2+7x-3}\cdot|x-3|=\dfrac{(x-1)^2.(x^2+x+1)}{(x-3).(x-1)^2}.(-(x-3))=-(x^2+x+1)$ **(2 точки)**

$\Rightarrow$ M=$-(x^2+x+1)$ при $x\in(-\infty,1)\cup(1,3)$ и M=(x^2+x+1) при $x\in(3,+\infty)$.

(1 точка)

Зад.2. а) $a^2+1\neq 0$, защото $a^2+1>0$ за всяко a **(1 точка)**

D=$9a^2+8>0$ за всяко a, откъдето следва, че уравнението има два различни реални корена за всяка стойност на a **(2 точки)**

Ако корените са противоположни числа, то $2a^2+a+2=0$, но дискриминантата на това уравнение е отрицателна и то няма реални решения, откъдето следва, че няма стойност на параметъра а, за която корените са противоположни числа.

(1 точки)

б) От $x_1\neq x_2 \Rightarrow |x_1-x_2|>0$

Пресмятаме чрез формулите за корени на квадратното уравнение, че

$|x_1-x_2|=\dfrac{\sqrt{9a^2+8}}{a^2+1}$ **(1 точка)**

$|x_1-x_2|=\dfrac{\sqrt{9a^2+8}}{a^2+1}<\dfrac{\sqrt{9a^2+9}}{a^2+1}=\dfrac{3\sqrt{a^2+1}}{a^2+1}=\dfrac{3}{\sqrt{a^2+1}}<3$, защото знаменателят на последната дроб е по-голям от 1 $\Rightarrow$ целите стойности, които $|x_1-x_2|$ приема, могат да бъдат само 1 или 2**(2 точки)**. Всяко от уравненията $\dfrac{\sqrt{9a^2+8}}{a^2+1}$=2 и $\dfrac{\sqrt{9a^2+8}}{a^2+1}$=1 има решение относно a и следователно равенствата $|x_1-x_2|$=2 и $|x_1-x_2|$=1 са възможни**(1 точка)**.

Зад.3. AF⊥BC(F∈ BC); DE⊥BC(E∈ BC);

AG=GD(G∈ AD);GH⊥BC(H∈ BC); **(1 точка)**

m||BC,G∈ m; I=DC ∩ m;J=AB ∩ m**(1точка)**

GH=$\dfrac{AF+DE}{2}=\dfrac{7+3}{2}=5$ (средна основа в трапец) **(1 точка)**

ΔAJG ≅ ΔGDI (II признак) **(1 точка)**

$S_{ABCD}=S_{JBCI}=BC.GH=5.5=25$ кв.ед. **(2 точки)**