

РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО-ВРАЦА
ОБЩИНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО МАТЕМАТИКА
18.03.2007г.

VIII клас

Зад.1 а) Докажете тъждеството

$$(2a)^3 \cdot \left(\frac{a-2}{a^3+8} \cdot \frac{a^2-4a+4}{a^2-2a+4} \right)^2 = \left(1 + \frac{2}{a-2} \right)^2 - \left(1 - \frac{2}{a+2} \right)^2.$$

(4 точки)

б) Сравнете числата А и В, където

$$A = \left(\frac{\sqrt{2}-2\sqrt{5}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}-5\sqrt{2}} \right) \cdot \frac{42}{8-5\sqrt{10}} \quad \text{и} \quad B = 5\sqrt{2 \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3-2\sqrt{2}})}$$

(4 точки)

Зад.2 В правоъгълен $\triangle ABC$ ($\angle C=90^\circ$) CD е височина ($D \in AB$). Ъглополовящите на $\angle CAB$ и $\angle BCD$ се пресичат в точка M , а ъглополовящите на $\angle ABC$ и $\angle ACD$ - в точка N . Да се докаже, че правата MN е успоредна на AB и минава през средите на катетите AC и BC .

(6 точки)

Зад.3 Даден е многочленът $A=2x^4 - 9x^3 + 9x^2$.

Да се докаже, че A се дели на многочлена $2x-3$ при $x \neq \frac{3}{2}$.

Да се намери най-малката стойност на A , ако x е естествено число.
За кои естествени числа x многочленът приема стойност 11900?

(6 точки)

Време за работа-4 часа.

Желаем Ви успех!

**РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО-ВРАЦА
ОБЩНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО МАТЕМАТИКА
18.03.2007г.**

**Указание за проверка
VIII клас**

Зад.1 а) Определяне на допустимите стойности на a : $a \neq \pm 2$.

Знаменателят $a^2 - 2a + 4 = (a-1)^2 + 3 > 0$ за всяко a (**1 точка**)

Доказване на тъждеството

$$(2a)^3 \cdot \left(\frac{a-2}{a^3+8} : \frac{a^2-4a+4}{a^2-2a+4} \right)^2 = \left(1 + \frac{2}{a-2} \right)^2 - \left(1 - \frac{2}{a+2} \right)^2 \quad (\mathbf{3 \text{ точки}}).$$

б) Пресмятане стойността $A=7$ (**1 точка**).

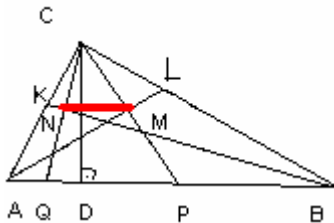
За равенството $3-2\sqrt{2} = (1-\sqrt{2})^2$ (**1 точка**).

Пресмятане $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = |1-\sqrt{2}| = \sqrt{2}-1$ (**1 точка**).

Пресмятане стойността $B=5\sqrt{2}$ (**0,5 точки**).

За извода $B=5\sqrt{2} = \sqrt{50} > \sqrt{49} = 7 = A$ (**0,5 точки**).

Зад.2



Доказване на равенството $AP=AC$, т.е. $\triangle APC$ -равнобедрен (**1 точка**).

Доказване на равенството $PM=CM$, т.е. M -среда на CP (**1 точка**).

Доказване на равенството $QB=CB$, т.е. $\triangle QBC$ -равнобедрен (**1 точка**).

Доказване на равенството $NQ=NC$, т.е. N -среда на CQ (**1 точка**).

MN -средна отсечка в $\triangle QPC \Rightarrow MN \parallel QP \Rightarrow MN \parallel AB$ (**1 точка**)

$\Rightarrow MN$ минава през средите на катетите AC и BC (**1 точка**).

Зад.3 Намиране на корените на уравнението $A=0$: $x_{1,2} = 0, x_3 = \frac{3}{2}, x_4 = 3$ (**1 точка**).

$$A = x^2 \cdot (2x^2 - 3x - 6x + 9) = x^2 \cdot 2 \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right)(x-3) = x^2(2x-3)(x-3)$$

$\Rightarrow 2x-3$ дели A при $x \neq \frac{3}{2}$ (**1 точка**)

$\Rightarrow x^2 \cdot (2x^2 - 9x + 9) = 100.119 \Rightarrow x = 10$ (**2 точки**)

$x \geq 1$, но ако $x > 3$, то $A > 0$ (**1 точка**).

Ако $x=1$, то $A=2$

Ако $x=2$, то $A=-4$

Ако $x=3$, то $A=0 \Rightarrow A_{\min} = -4$ (**1 точка**).