

РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО-ВРАЦА  
ОБЩИНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО МАТЕМАТИКА  
18.03.2007г.

VII клас

**Зад.1** а) Разложете на множители многочлена

$$\frac{1}{3}ay^2 - \frac{1}{2}by^2 + \frac{4}{3}ay - \frac{5}{3}a - 2by + \frac{5}{2}b.$$

(4 точки)

б) Дадени са изразите  $A=x^2-4x-5$  и  $B=\frac{810^{502}}{(-100)^{251} \cdot 3^{2006}}$ .

Да се докаже, че  $A \geq B$  за всяко  $x$ .

(4 точки)

**Зад.2** Даден е четириъгълникът ABCD. Диагоналите AC и BD се пресичат в точката T, а продълженията на страните AB и CD – в точката S.

Да се докаже, че ако  $\angle BAD = \angle CDA = 60^\circ$  и  $\angle DAC = \angle BDC$ , то  $AC=BD$ ,  $AB + CD = AD$  и  $\angle ATB = \angle ASD$ .

(6 точки)

**Зад.3** В тото"5 от 35" били изтеглени последователно пет числа. Първото било 1,5 пъти по-голямо от второто и  $23\frac{1}{13}\%$  от сбора на третото и четвъртото, които се отнасяли както 7:6. Петото било с 10% по-малко от второто, а сборът на всички числа се оказал 99. С кои числа е печелившият фиш?

(6 точки)

Време за работа-4 часа.

Желаем Ви успех!

РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО-ВРАЦА  
ОБЩИНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО МАТЕМАТИКА  
18.03.2007г.

Указание за проверка  
VII клас

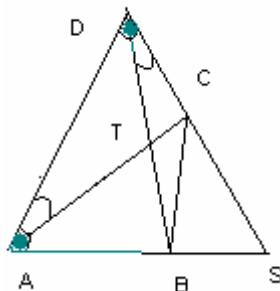
**Зад.1** а)  $\frac{1}{3}ay^2 - \frac{1}{2}by^2 + \frac{4}{3}ay - \frac{5}{3}a - 2ab + \frac{5}{2}b = \left(\frac{1}{3}a - \frac{1}{2}b\right)(y^2 + 4y - 5)$  (2 точки) =  
 $= \left(\frac{1}{3}a - \frac{1}{2}b\right)(y+5)(y-1)$  (2 точки)

б). Пресмятане стойността на  $B = -9$  (2 точки)

$A \geq B$  за всяко  $x \Leftrightarrow A - B \geq 0$  за всяко  $x$  (1 точка)

$A - B = x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2 \Rightarrow A - B \geq 0$  за всяко  $x$  (1 точка)

**Зад. 2**



Правилен чертеж (0,5 точки).

Доказване, че  $\triangle ASD$ -равностранен (0,5 точки).

Пресмятане на  $\angle ATB = \angle TAD + \angle ADT = \alpha + (60^\circ - \alpha) = 60^\circ$  (0,5 точки).

Доказване на равенството  $\angle ATB = \angle ASD$  (0,5 точки).

Доказване еднаквостта на  $\triangle ACD$  и  $\triangle DBS$  по II признак за еднаквост на триъгълници (2 точки).

Извод за равенствата  $AC = BD$  и  $BS = CD$  (1 точка).

За доказателство на равенството  $AD = AS = AB + BS = AB + CD$  (1 точка).

**Зад.3** Означаваме второто число с  $x$  ( $1 \leq x \leq 35$ ) и изразяваме първото, петото число и сбора на третото и четвъртото число чрез  $x$  (0,5 точки).

Изразяване на първото число:  $1,5x$  (0,5 точки).

Изразяване на петото число:  $0,9x$  (0,5 точки).

Изразяване на сбора на третото и четвъртото число:  $1,5x : \frac{3}{13} = 6,5x$  (0,5 точки).

Съставен математически модел:  $1,5x + x + 6,5x + 0,9x = 99$  (1 точка).

$\Rightarrow x = 10 \Rightarrow$  второто число е  $10$  (0,5 точки), първото число е  $15$  (0,5 точки), а петото число е  $9$  (0,5 точки).

От условието, че третото и четвъртото число се отнасят както  $7:6$ , намираме  $7k + 6k = 65 \Rightarrow k = 5$  (0,5 точки)  $\Rightarrow$  третото число е  $35$  (0,5 точки), а четвъртото  $30$  (0,5 точки).