РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО-ВРАЦА
ОБЩИНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО МАТЕМАТИКА
18.03.2007г.

XI клас

<u>Зад. 1.</u> В намаляваща аритметична прогресия разликата между деветия и четвъртия член е равна на третия член, а сумата от квадратите на първия и втория член е равна на 4. Да се намери сумата на първите двадесет члена на тази прогресия. Да се намери n, ако сумата на прогресията $S_n = -150$.

(4 точки)

<u>Зад. 2.</u> Безкрайно намаляваща геометрична прогресия съдържа член $b_n = \frac{1}{6}$. Отношението на сумата на членовете на прогресията, намиращи се пред b_n, към сумата на членовете, намиращи се след b_n, е равно на 6. Да се намери n, ако сумата на прогресията е $\frac{3}{4}$.

(6 точки)

<u>Зад. 3.</u> В трапеца ABCD($AB \parallel CD$) точките M, N, P и Q са средите съответно на страните AB, BC, CD и DA. Известно е, че PQ=3, PM=5 и PN=4.

а) Да се намери лицето на трапеца

(4 точки)

б) Да се намерят дължините на страните на трапеца, ако CD:AB=9:16.

(6 точки)

Време за работа-4 часа

Желаем Ви успех!

РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО-ВРАЦА
ОБЩИНСКИ КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО МАТЕМАТИКА
18.03.2007г.
Указание за проверка
XI клас

<u>Зад.1</u>. Пресмятане на $a_1 = -\frac{6}{5}, d = -\frac{2}{5}$ за аритметичната прогресия**(2 точки)**.

Пресмятане на $S_{20} = -100$ **(1 точка)**.

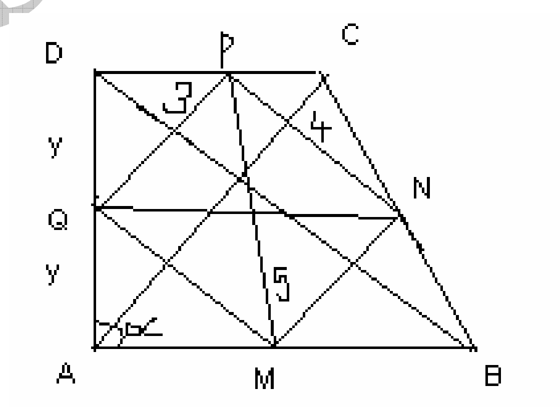
Пресмятане на n=25**(1 точка)**

<u>Зад. 2</u> Нека S_1 и S_2 са съответно сумите от членовете на прогресията, намиращи се пред и след $b_n \Rightarrow \left| \begin{array}{l} S_1 + \frac{1}{6} + S_2 = \frac{3}{4} \\ \frac{S_1}{S_2} = 6 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} S_1 = \frac{1}{2} \\ S_2 = \frac{1}{12} \end{array} \right.$ **(2 точки)**

Разглеждаме безкрайно намаляващата геометрична прогресия след $b_n = \frac{1}{6}$ с частно q, първи член $a_1 = \frac{1}{6}.q$ и сума $S_2 = \frac{1}{12} = \frac{a_1}{1-q} = \frac{\frac{1}{6}.q}{1-q} \Rightarrow q = \frac{1}{3}$
(2 точки)

$b_{n-1} = b_n : q = \frac{1}{6} : \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$, но $S_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow$ n-1=1$\Rightarrow$ n=2 **(2 точки)**

<u>Зад.3</u>. а)



Доказване на твърдението $S_{ABCD} = 2S_{MNPQ}$ **(1 точка)**.

Доказване на твърдението $S_{MNPQ} = 2.S_{PQM}$ **(1 точка)**.

ΔPQM-правоъгълен и $S_{PQM} = \frac{1}{2}.3.4 = 6$*кв.ед.* **(1 точка)**

Следователно $S_{ABCD} = 2S_{MNPQ} = 4\,S_{PQM}$ =24 кв.ед.**(1 точка)**.

б)Доказване на твърдението MNPQ-правоъгълник, следователно QN=PM=5 **(1 точка)**

От QN-средна отсечка в ABCD и CD:AB=9:16 намираме AB=6,4 и CD=3,6 **(1 точка)**

Означаваме $\angle BAD=\alpha$ и $AQ=QD=y \Rightarrow \angle ADC=180^0-\alpha$

$$\cos\alpha = \frac{y^2+3{,}2^2-16}{6{,}4y} \;/\; Кос.теорема - \Delta MAQ\,/;$$

$$\cos(180^0-\alpha) = \frac{y^2+1{,}8^2-9}{3{,}6y} \;/\; Кос.теорема - \Delta QPD\,/;$$

$$\cos\alpha = -\cos(180^0-\alpha) \Rightarrow$$

$\alpha=90^0$ и $y=2{,}4 \Rightarrow AD=4{,}8$(**3точки)**

От $AD\perp AB \Rightarrow BC^2 = AD^2 + (AB-DC)^2 \Rightarrow BC = \frac{2}{5}\sqrt{193}$ **(1точка)**