Р Е П У Б Л И К А Б Ъ Л Г А Р И Я
М И Н И С Т Е Р С Т В О Н А О Б Р А З О В А Н И Е Т О И Н А У К А Т А

НАЦИОНАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ – ТЕСТ ПО МАТЕМАТИКА
ОБЛАСТЕН КРЪГ – 9 март 2008 г.

Уважаеми ученици,

Този тест съдържа 50 задачи. Към повечето от тях са дадени по четири възможности за отговор – А), Б), В) и Г), от които само един е правилен. Вие трябва да изберете **само един отговор** – този, който според Вас е правилен. Към част от задачите не са дадени възможни отговори. На тях Вие трябва да намерите отговора.

Всички отговори попълвайте в БЛАНКАТА ЗА ОТГОВОРИ, а не върху листовете със задачите. За да отбележите своите отговори, срещу номера на съответната задача попълнете полето с буквата на отговора, който според Вас е верен. Например, отговор Б) на задача 6:

6	А	**Б**	В	Г

Ако по-късно по време на изпита прецените, че първоначалният Ви избор не е правилен и искате да го поправите, зачертайте го със знака "Х" и попълнете полето с буквата на друг отговор, който сте установили, че е верен. Например, отговор Г) на същата задача 6:

6	А	~~Б~~	В	**Г**

По този начин имате възможност да направите до три поправки за всяка задача. Отговорите на задачите, за които не са посочени възможни отговори, запишете на празните места срещу номера на съответната задача в бланката за отговори. Ако решите, че сте сбъркали, зачертайте грешния според Вас отговор със знака "Х" и запишете до него новополучения отговор.

Като действителен отговор на съответната задача ще се приема само този, чието поле е попълнено и не е зачертано със знака "Х". На всяка задача трябва да дадете не повече от един действителен отговор.

Правилните отговори на задачи с номера от 1 до 15 се оценяват с по 1 точка, тези на задачи с номера от 16 до 35 – с по 2 точки, а на задачи с номера от 36 до 50 – с по 3 точки. Неправилни отговори, задачи с недействителни отговори и задачи, оставени без отговор, се оценяват с по 0 точки.

Времето за решаване на теста е 150 минути.

Не започвайте да работите преди провеждащият теста да Ви каже това.

УСПЕШНА РАБОТА!

mathbg.com

Задачите с номера от 1 до 15 включително се оценяват с по 1 точка:

1. Пресметнете $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{5}+\frac{1}{2}+\frac{5}{6}+\frac{3}{4}$.

А) 4 **Б)** 3 **В)** $2\frac{2}{5}$ **Г)** $3\frac{2}{5}$

2. Ако $a = xy^3$ и $b = a^4x^2y$, на кой от посочените изрази е равно b?

А) x^6y^{13} **Б)** x^3y^8 **В)** x^6y^8 **Г)** x^3y^{13}

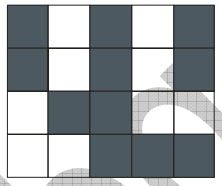
3. Кой от изразите има най-голяма стойност?

А) $1010^2 - 1008^2$ **Б)** $2008^2 - 2012^2$ **В)** $2008^2 - 2007^2$ **Г)** $218^2 - 208^2$

4. Ако степента на едночлена $3^3 x^{n+2} y^5 z^{2n}$ е равна на 37, то стойността на n е:

А) 10 **Б)** 9 **В)** 5 **Г)** 15;

5. Колко процента от фигурата са оцветени?



А) 45% **Б)** 20% **В)** 11% **Г)** 55%

6. Правоъгълен триъгълник има лице 54 кв. см, а дължините на страните му са пропорционални на числата 3, 4 и 5. Намерете обиколката на триъгълника в сантиметри.

7. Колко прости числа се делят на 23?

А) 0 **Б)** 1 **В)** 2 **Г)** безброй много

8. В успоредника $ABCD$ с периметър 26 см е построена ъглополовящата DL на $\angle ADC$, като L лежи на страната AB. Ако BL=3 см, определете дължината на AB в сантиметри.

А) 7 **Б)** 8 **В)** 9 **Г)** 10

9. Кое е числото, което върху числовата ос се намира точно по средата между $7\frac{1}{5}$ и $1,3$?

А) $8\frac{1}{2}$ **Б)** $4\frac{1}{5}$ **В)** $4,25$ **Г)** $4,5$

10. Кое от равенствата е тъждество?

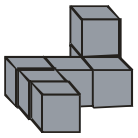
А) $|x|^3 = x|x|^2$ **Б)** $|x|^3 = x^2|x|$ **В)** $|x^3| = x^3$ **Г)** $|x|^3 = x^3$

11. Отсечката AB има дължина 10 см. Точката C е произволна вътрешна точка от отсечката AB, а точките P и Q са среди съответно на отсечките AC и CB. Намерете дължината на отсечката PM, където M е средата на отсечката PQ.

А) 5 см **Б)** 3 см **В)** не може да се определи **Г)** 2,5 см

math-bg.com

12. Колко единични кубчета най-малко трябва да се добавят към показаната конструкция от 7 кубчета, за да се получи правоъгълен паралелепипед?



13. Кое от посочените твърдения **не е вярно**?

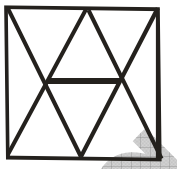
А) 2008 е най-големият общ делител на 4016 и 6024

Б) 2008 е най-малкото общо кратно на 502 и 8

В) 2008 е делител на 1004^2

Г) 2008 е кратно на 131

14. Пребройте успоредниците на фигурата.



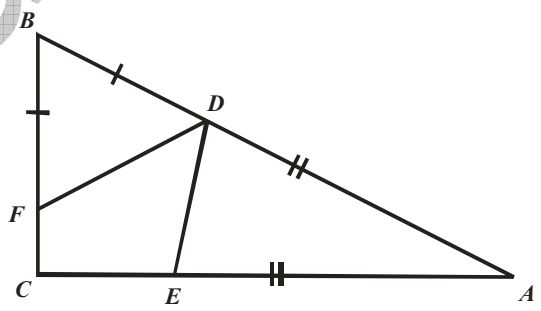
А) 10 **Б)** 8 **В)** 6 **Г)** 4

15. Стойността на израза $(2x-1)(3x-1)+(-x+1)(6x+1)$ при $x=200$ е равна на:

А) -1998 **Б)** 2 **В)** 2002 **Г)** 2008

Задачите с номера от 16 до 35 включително се оценяват с по 2 точки:

16. Триъгълникът ABC е правоъгълен с прав ъгъл при върха C. Триъгълниците ADE и BFD са равнобедрени, както е показано на чертежа. Намерете мярката на $\angle EDF$ в градуси.



17. Намерете стойността на израза $0,125.2134-1,25.199,4+12,5.18,68$.

А) 0 **Б)** 2008 **В)** 251 **Г)** $\frac{1005}{4}$

18. Точка E лежи на бедрото AD на трапец $ABCD$ с основи AB и CD. Ако $\angle BEC=30^0$ и $\angle ABE=18^0$, намерете мярката на $\angle ECD$ в градуси.

math-bg.com

19. Една кутия съдържа 7 карти, които са номерирани с числата от 1 до 7. Росица си избира 3 карти по случаен начин, след което Стефан взима 2 карти от оставащите 4 също по случаен начин. Росица се обръща към Стефан с думите: "Знам със сигурност, че сумата от числата върху твоите карти е четно число." Намерете сумата от числата върху картите на Росица.

А) 10 **Б)** 12 **В)** 6 **Г)** 9

20. Емил отива на училище за 30 мин., а сестра му Петя – за 40 мин. Една сутрин Емил тръгнал 5 мин. след сестра си. Каква част от пътя е изминала Петя, когато Емил я е настигнал, ако двамата се движат с постоянни скорости?

А) $\frac{1}{4}$ **Б)** $\frac{3}{10}$ **В)** $\frac{1}{2}$ **Г)** $\frac{1}{2008}$

21. С e е означен броят на ръбовете на правилна шестоъгълна пирамида, с f – броят на стените и с v – броят на върховете. Пресметнете стойността на израза $f+v-e$.

А) 6 **Б)** 4 **В)** 2 **Г)** 0

22. Колко пъти е по-голям обемът на цилиндър с радиус на основата 4 м и височина 6 м от обема на конус с радиус на основата 2 м и височина 6 м?

А) 2 пъти **Б)** 4 пъти **В)** 6 пъти **Г)** 12 пъти

23. В един съд имало 80 л захарен разтвор с концентрация 45%. Долели вода, след което концентрацията на захарния разтвор станала 36%. Колко литра вода са долели?

А) 16 **Б)** 20 **В)** 24 **Г)** 36

24. От съд с форма на правоъгълен паралелепипед и пълен догоре с вода извадили метално топче, при което нивото на водата спаднало с 3 см. Ако основата на паралелепипеда е квадрат със страна 2 дм, то обемът на топчето е:

А) 12 куб. см **Б)** 1040 куб. см **В)** 120 куб. см **Г)** 1200 куб. см

25. На един остров живеят два типа хора: едните винаги казват истината, а другите винаги лъжат. A и B са двама жители на този остров. A твърди следното: "B казва истината." B твърди следното: "Аз и A сме различни типове хора." Определете типа на двамата жители.

А) A и B казват истината.

Б) A казва истината, а B лъже.

В) A и B лъжат.

Г) A лъже, а B казва истината.

26. В едно математическо състезание взели участие 80% от учениците в един клас. От тях 20% се представили много добре. Колко процента от учениците в класа са се представили много добре на това математическо състезание?

А) 60% **Б)** 40% **В)** 16% **Г)** 4%

math-bg.com

27. След седем години ще бъда три пъти по-възрастен, отколкото бях преди седем години, а след пет години брат ми ще бъде два пъти по-възрастен, отколкото е бил преди пет години. Намерете сбора от моите години и тези на брат ми сега.

28. Във вътрешността на равнобедрения ΔABC ($AC = BC$) е взета точка M така, че $\angle MAC = \angle MBA$. Ако $\angle AMB = 105^0$, намерете мярката на $\angle ACB$.

А) 30^0 **Б)** 45^0 **В)** 60^0 **Г)** друг отговор

29. В един тест част от задачите са лесни, а останалите – трудни. За верен отговор на лесните задачи се дава по 1 точка, а за трудните задачи – по 3 точки. Дадох верни отговори на 18 задачи. Колко точки е възможно да съм получил?

А) 17 **Б)** 29 **В)** 44 **Г)** 56

30. Стойността на кой от изразите не се дели на 10?

А) $11.21.31.41.51.61.71.81.91-1$

Б) $2724^2 - 2714^2$

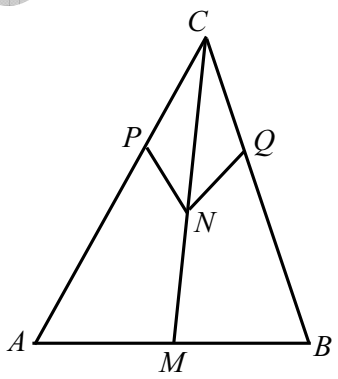
В) произведението на естествените числа от 91 до 98

Г) $5^{20} + 2^{20}$

31. Три приятелки Русева, Чернева и Рижева се срещнали на улицата. Чернокосата от тях казала: "Интересното е, че едната от нас е рижа, втората е руса, а третата е чернокоса. В същото време името на нито една от нас не съвпада с цвета на косата ѝ." Русева потвърдила: "Да, права си." Каква е косата на Рижева?

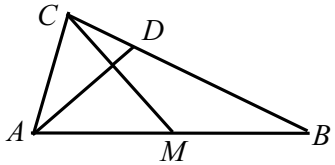
А) рижа **Б)** руса **В)** черна **Г)** данните са недостатъчни

32. В ΔABC на чертежа точката M е средата на страната AB, точката N е средата на медианата CM, $CP = \frac{2}{5}CA$ ($P \in AC$) и $CQ = \frac{1}{3}CB$ ($Q \in BC$). Ако лицето на ΔCPN е 12 см^2, то на колко квадратни сантиметра е равно лицето на ΔCQN?



33. Стойността на израза $2^{30} + \left|2^{30} - 3^{20}\right| - 3^{20}$ е равна на:

А) -5^{10} **Б)** 0 **В)** $2^{60} - 3^{40}$ **Г)** $2^{31} - 3^{31}$



34. В ΔABC медианата CM ($M \in AB$) е перпендикулярна на ъглополовящата AD ($D \in BC$). Кое от посочените твърдения за страните на триъгълника е вярното?

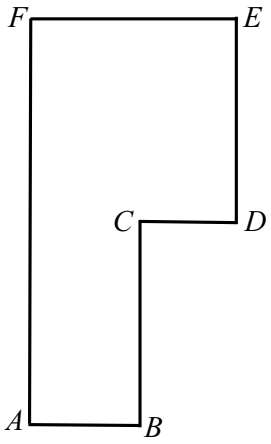
А) $2AC = AB$ **Б)** $2AB = AC$ **В)** $AB = AC$ **Г)** $CA = CB$

math-bg.com

35. Естествените числа от 1 до 10 са отбелязани с точки върху числовата ос, като точките, които отговарят на нечетните числа, са оцветени в синьо, а тези, които отговарят на четните – в червено. Нека A е сумата от дължините на всички отсечки със сини краища, а B е сумата от дължините на всички отсечки с червени краища. Кое от посочените равенства е вярното?

А) $B-A=5$ **Б)** $B-A=10$ **В)** $B=A$ **Г)** $B+A=2008$

Задачите с номера от 35 до 50 включително се оценяват с по 3 точки:



36. За вътрешните ъгли при върховете A, B, D, E и F на шестоъгълника $ABCDEF$ е изпълнено:

$$\angle A=\angle B=\angle D=\angle E=\angle F=90^0.$$

Изпълнено е още: $AB:BC:CD:DE=1:2:1:2$. Кое от посочените твърдения **не е вярно**?

А) $\angle FDA=90^0$ **Б)** $\angle FEA+\angle BCA=90^0$

В) $\angle BFA=\angle DEA$ **Г)** $S_{CDEF}=S_{ABCF}$

37. При съвместна работа двама работници извършват дадена работа за 6 дни. Ако единият от работниците увеличи производителността си с 28%, а другият намали производителността си с 28%, двамата могат заедно да свършат същата работа за 5 дни. За колко дни всеки от работниците свършва работата сам?

А) 6 дни и 12 дни **Б)** 9 дни и 18 дни **В)** 7 дни и 42 дни **Г)** 6 дни и 30 дни

38. За равнобедрения ΔABC ($AC=BC$) е дадено, че разстоянието от върха C до ъглополовящата на $\angle ABC$ е равно на височината към бедрото на триъгълника. Да се намери мярката в градуси на $\angle ACB$.

39. Как са подредени числата A, B и C по големина, ако $A=19,98.20,18$, $B=200,3.2,013$ и $C=2008.0,2008$?

А) $A>C>B$ **Б)** $C>A>B$ **В)** $C>B>A$ **Г)** $B>C>A$

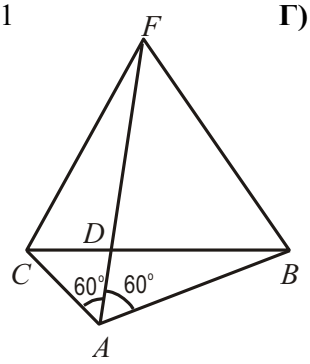
40. Намерете мярката в градуси на ъгъла между апотемите към две съседни страни на правилния петоъгълник.

41. Ако a и b са цели числа, за които е вярно $4\le|a|\le 8$ и $|b|<5$, то най-малката възможна стойност на $a+b$ е:

А) -8 **Б)** 11 **В)** -11 **Г)** -12

42. Даден е ΔABC, в който $\angle CAB=120°$ и AD $(D\in BC)$ е ъглополовящата на този ъгъл. Върху лъча $AD^{\rightarrow}$ е взета точка F така, че $AF=AB+AC$. Намерете мярката на $\angle BFC$.

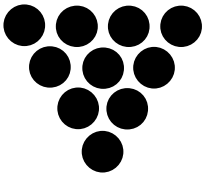
А) 45^0 **Б)** 75^0 **В)** 90^0 **Г)** друг отговор



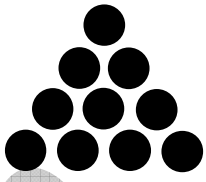
math-bg.com

43. Да се намери най-малкото естествено число n, за което квадратите на числата n и $n+18$ са трицифрени числа, които се записват с едни и същи цифри, но в обратен ред.

44. Иво подредил на масата 10 монети от 20 стотинки, както е показано на първата фигура. По-късно той преместил част от монетите и получил подреждането от втората фигура. Намерете възможно най-малкия броя монети от първата фигура, които трябва да се преместят, за да се получи подреждането от втората фигура.



Фиг. 1



Фиг. 2

А) 6 **Б)** 5 **В)** 4 **Г)** 3

45. Ако велосипедист се движи от къщи до съседния град със скорост 10 км/ч., ще закъснее с 1 час, а ако се движи със скорост 15 км/ч., ще пристигне в съседния град 1 час по-рано. С каква скорост трябва да се движи велосипедистът, за да пристигне навреме?

А) 12 км/ч. **Б)** 12,5 км/ч. **В)** 13 км/ч. **Г)** 25 км/ч.

46. В правоъгълния ΔABC ($\angle ACB = 90^0$ и $AC < BC$) симетралата на хипотенузата AB пресича катета BC в точка M. Ако N е средата на AB и $MC = MN$, намерете мярката на $\angle BAC$.

А) 50^0 **Б)** 60^0 **В)** 75^0 **Г)** друг отговор

47. Нека N е най-малкото естествено число, сумата от квадратите на цифрите на което е равна на 2008. Посочете вярното твърдение за числото N.

А) N не съществува **Б)** N има 25 цифри

В) N завършва на 8 **Г)** първата цифра на N е 1

48. Естествените числа a и b са такива, че числото $c = a^2b + ab^2 + a + b - ab - 1$ е просто. Колко различни стойности може да приема числото c?

А) 1 **Б)** 2 **В)** 5 **Г)** безброй много

49. На лист хартия са записани три единици. Между първата и втората единица поставяме един от знаците за четирите аритметични действия. Между втората и третата единица правим същото. След това пресмятаме стойността на получения израз. Колко различни отговора могат да се получат?

А) 16 **Б)** 6 **В)** 5 **Г)** 4

50. Тест се състои от 50 задачи, които носят по 1, 2 или 3 точки. Максималният брой точки, които могат да се получат, е 100. Какъв е максималният брой задачи с 3 точки, ако тестът съдържа поне по една задача от всеки вид?

math-bg.com