

## Международно състезание “Европейско Кенгуру”

21 март 2009 г.

### ТЕМА за 9 и 10 клас

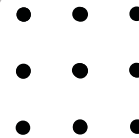
След всяка задача има посочени 5 отговора, от които само един е верен. За даден верен отговор се присъждат 5 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици. **ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути.** Пожелаваме Ви успех!

1. Кое от посочените числа е кратно на 3?

- A) 2009                      B)  $2+0+0+9$                       C)  $(2+0)(0+9)$                       D)  $2^9$                       E)  $200-9$

2. Колко най-малко точки трябва да се отстранят от дадените девет така, че никои три от останалите да не лежат на една права линия?

- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 4                      E) 7



3. В един масов крос участвали 2009 атлети. Броят на атлетите, които в крайното класиране били изпреварени от Кирил, е 3 пъти по-голям от броя на атлетите, които изпреварили Кирил. На кое място се е класирал Кирил?

- A) 503                      B) 501                      C) 500                      D) 1503                      E) 1507

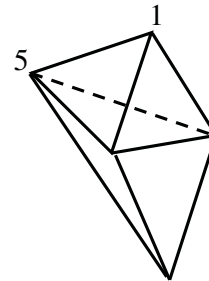
4. Намерете стойността на  $\frac{1}{2}$  от  $\frac{2}{3}$  от  $\frac{3}{4}$  от  $\frac{4}{5}$  от  $\frac{5}{6}$  от  $\frac{6}{7}$  от  $\frac{7}{8}$  от  $\frac{8}{9}$  от  $\frac{9}{10}$  от 1000.

- A) 250                      B) 200                      C) 100                      D) 50                      E) друг отговор

5. Образувана е последователност от цифри, като числото 2009 е написано 2009 пъти едно след друго. Да се намери сумата на всички нечетни цифри в тази последователност, които са последвани от четна цифра.

- A) 2                      B) 9                      C) 4018                      D) 18 072                      E) 18 081

6. Показаното тяло е образувано от 6 триъгълника. Във всеки от 5-те върха на тялото е поставено по едно число така, че сумата на числата в трите върха на всеки от 6-те триъгълника е една и съща. Намерете сумата на числата в 5-те върха на тялото, ако две от числата са 1 и 5, както е показано.



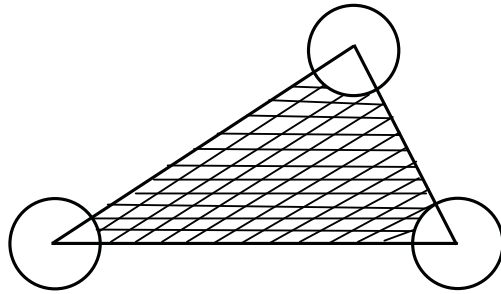
- A) 9                      B) 12                      C) 17                      D) 18                      E) 24

7. Намерете броя на целите положителни числа, чиито квадрати и кубове съдържат един и същ брой цифри в десетичните си записи.

- A) 0                      B) 3                      C) 4                      D) 9                      E) безброй много

8. Даден е триъгълник с лице 80 кв. м. Намерете лицето в кв. м на заштрихованата част от триъгълника, получена с помощта на трите окръжности, които имат един и същ радиус 2 м, а центровете им са във върховете на триъгълника.

- A) 76      B)  $80 - 2\pi$       C)  $40 - 4\pi$   
D)  $80 - \pi$       E)  $78\pi$

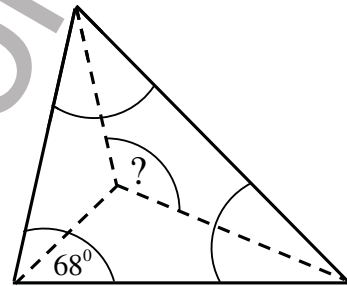


9. На дъската са записани числа, всяко от които (от третото нататък) е сума на двете преди него. Намерете седмото число, ако четвъртото е 6, а шестото е 15.

- A) 9      B) 16      C) 21      D) 22      E) 24

10. Един от ъглите на даден триъгълник е равен на  $68^\circ$ . Да се намери градусната мярка на ъгъла от чертежа, означен с въпросителен знак, ако върхът му съвпада с пресечната точка на ъглополовящите на триъгълника.

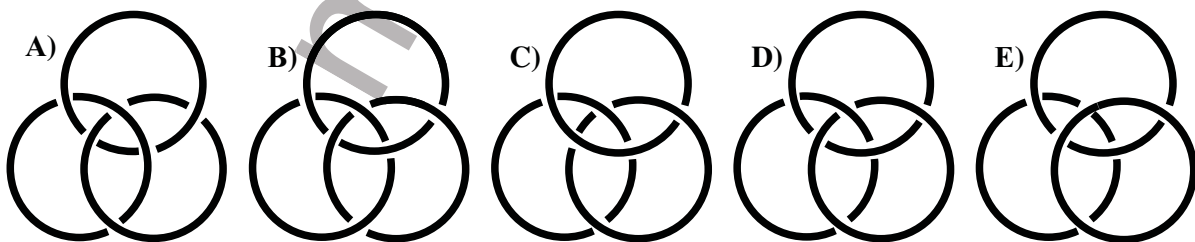
- A)  $120^\circ$       B)  $124^\circ$       C)  $128^\circ$       D)  $132^\circ$       E)  $136^\circ$



11. Точките от един тест, които даден участник може да получи в поредица от тестове, са 0, 1, 2, 3, 4 или 5. Средната оценка на Мария от четири теста е 4 точки. Кое от посочените твърдения не може да бъде вярно?

- A) Мария е получила 4 точки на всеки от четирите теста.  
B) Мария е получила 3 точки точно на два от тестовите.  
C) Мария е получила 3 точки точно на три от тестовите.  
D) Мария е получила 1 точка точно на един от тестовите.  
E) Мария е получила 4 точки точно на два от тестовите.

12. Индианските пръстени са свързани така, че никой от тях не може да се отдели без счупване, но ако кой да е от тях бъде отделен, то останалите два остават свободни един спрямо друг. На кой от чертежите пръстените са индиански?



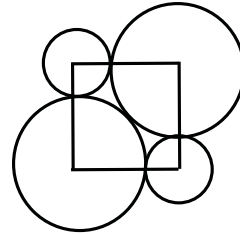
13. На един остров живеят само рицари и лъжци. Рицарите винаги казват истината, а лъжците винаги лъжат. Двадесет и пет жители на острова се наредили на опашка един след друг. Всеки, освен първия, твърдял, че стоящият пред него е лъжец, а първият твърдял, че всички след него са лъжци. Колко са лъжците на опашката?

- A) 0      B) 12      C) 13      D) 24      E) друг отговор

14. Намерете неизвестното  $x$ , ако  $a \square b = ab + a + b$  и  $3 \square 5 = 2 \square x$ .

- A) 12                      B) 3                      C) 6                      D) 7                      E) 10

15. Центровете на четирите окръжности от чертежа са във върховете на квадрата. Двете по-големи окръжности се допират външно и освен това се допират до двете по-малки окръжности, както е показано. Намерете отношението на радиуса на по-голямата окръжност към радиуса на по-малката.



- A)  $\frac{2}{9}$     B)  $1 + \sqrt{2}$     C)  $\sqrt{5}$     D) 2,5    E)  $0,8\pi$

16. За колко тройки последователни цели числа сумата и произведението на числата е едно и също число?

- A) 0                      B) 1                      C) 2                      D) 3                      E) повече от 3

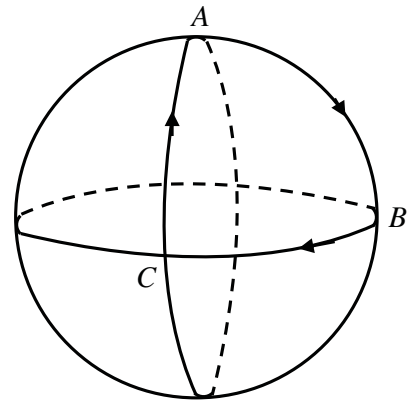
17. Петкан записал едно след друго няколко цели положителни числа, които не надминавали 10. Робинзон Крузо установил със задоволство, че за всеки две съседни измежду тях едното се дели на другото. Колко най-много са числата, записани от Петкан?

- A) 3                      B) 4                      C) 6                      D) 7                      E) 9

18. Ако  $\frac{20009}{20008} < x < \frac{2009}{2008}$  и  $x = 1, *1$ , където на мястото на звездичката стоят нули, намерете броя на тези нули така, че да са изпълнени неравенствата.

- A) 3                      B) 4                      C) 5                      D) 2                      E) 1

19. Три окръжности с един и същ радиус 2 метра са разположени в пространството, както е показано на чертежа. Един бръмбар се движи от  $A$  до  $B$  по посока на стрелката, изминавайки път, равен на  $\frac{1}{4}$  от дължината на окръжността.



След това завива надясно на  $90^\circ$  и се движи по посока на стрелката от  $B$  до  $C$ , изминавайки отново път, равен на  $\frac{1}{4}$

от дължината на окръжността. Бръмбарът завива пак надясно на  $90^\circ$  и се движи по посока на стрелката от  $C$  до  $A$ , изминавайки път, равен на  $\frac{1}{4}$  от дължината на

окръжността. Намерете дължината на пътя в метри, ако бръмбарът тръгва от  $A$  и се връща в  $A$ , като всеки път, когато измине  $\frac{1}{4}$  от дължината на някоя от окръжностите, завива на  $90^\circ$

най-напред надясно, след това наляво, отново надясно, пак наляво и т.н., алтернативно сменяйки посоката на завиване.

- A)  $6\pi$                       B)  $5\pi$                       C)  $4\pi$                       D)  $3\pi$                       E) друг отговор

20. Кое е вярното, ако  $a = 2^{25}$ ,  $b = 8^8$  и  $c = 3^{11}$ ?

- A)  $a < b < c$                       B)  $b < a < c$                       C)  $b < c < a$                       D)  $c < a < b$                       E)  $c < b < a$

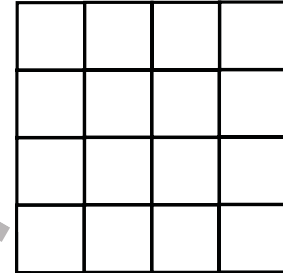
21. Намерете броя на 10-цифрените числа, чиито цифри са 1, 2 или 3, като всеки две съседни цифри се различават точно с единица.

- A) 8                      B) 16                      C) 32                      D) 64                      E) 128

22. Людмил разполага с 2009 кубчета  $1 \times 1 \times 1$  и с 2009 стикера  $1 \times 1$ . Той построил правоъгълен паралелепипед с всичките кубчета и го облепил изцяло отвън със стикери. Колко стикера са му останали?

- A) повече от 1000      B) 763      C) 476      D) 49      E) не може да се определи

23. В клетките на квадрата  $4 \times 4$  трябва да се поставят пионки така, че броят на пионките във всеки ред и всеки стълб да е различен. Разрешено е поставянето на повече от една пионка в дадена клетка. Разрешени са и празни клетки. Колко най-малко пионки трябва да се поставят в клетките на квадрата?



- A) 18      B) 19      C) 16      D) 22      E) 21

24. Няколко ябълки, круши, портокали и банани са наредени на масата в редица така, че за всеки вид плод съществува негов представител, който се намира непосредствено до представител на кой да е от останалите видове. Колко най-малко са плодовете в редицата?

- A) 4      B) 5      C) 8      D) 11      E) не е възможно такова подреждане

25. Да се намери най-малкото естествено число  $n$ , за което произведението  $(2^2 - 1)(3^2 - 1)(4^2 - 1) \dots (n^2 - 1)$  е точен квадрат.

- A) 6      B) 8      C) 16      D) 27      E) друг отговор

26. Делителите на естественото число  $N$ , без 1 и  $N$ , са записани в редица един след друг. Известно е, че най-големият от тях е 45 пъти по-голям от най-малкия. Намерете броя на естествените числа с това свойство.

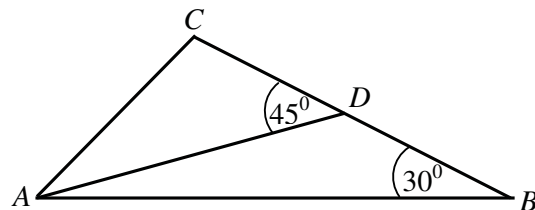
- A) 0      B) 1      C) 2      D) повече от 2      E) не е възможно да се определи

27. Едно кенгуру се намира в началото на координатната система и прави вертикални или хоризонтални скокове с дължина, равна на една мерна единица. До колко точки с целочислени координати в координатната система може да стигне кенгуруто след 10 скока?

- A) 121      B) 100      C) 400      D) 441      E) друг отговор

28. Даден е  $\triangle ABC$  с  $\angle ABC = 30^\circ$ . Да се намери мярката на  $\angle CAD$ , ако  $\angle ADC = 45^\circ$  и  $D$  е средата на страната  $BC$ .

- A)  $45^\circ$       B)  $30^\circ$       C)  $25^\circ$   
D)  $20^\circ$       E)  $15^\circ$



29. Колко числа най-малко трябва да се премахнат от множеството  $\{1, 2, 3, \dots, 16\}$  така, че сумата на кои да е две числа от оставащите да не е точен квадрат?

- A) 10      B) 9      C) 8      D) 7      E) 6

30. Едно просто число се нарича „странно“, ако е едноцифрено или ако е многоцифрено и при премахване на най-лявата или на най-дясната му цифра новополучените две числа са също странни. Намерете броя на странните числа.

- A) 6      B) 7      C) 8      D) 9      E) 11